

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

SCUOLA DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN
INGEGNERIA DELL'ENERGIA ELETTRICA

SVILUPPO DI UN AZIONAMENTO SENSORLESS PER MACCHINE ASINCRONE MULTIFASE

Tesi in

Modellistica Dei Sistemi Elettromeccanici

Relatore

Chiar.mo Prof. ANGELO TANI

Presentata da

LUIGI PONTI

Correlatori

Chiar.mo Prof. LUCA ZARRI

Dott. Ing. MICHELE MENGONI

SESSIONE III

ANNO ACCADEMICO 2016/2017

Indice

1	Introduzione	1
2	Azionamenti Multifase	3
2.1	Vettori di spazio	3
2.1.1	Vettori di spazio in un sistema trifase	3
2.1.2	Vettori di spazio in un sistema multifase	6
2.1.3	Caso di studio: Vettori di spazio in un sistema a sette fasi	7
2.2	Inverter multifase	10
2.2.1	Tecniche di modulazione per inverter multifase	10
2.3	Modello di una macchina asincrona a sette fasi	19
2.3.1	Descrizione generalizzata del campo magnetico al traferro	24
2.3.2	Flusso concatenato con una fase	25
2.3.3	Modello matematico	28
2.3.4	Equazioni omopolari	43
2.3.5	Equazioni complesse	44
2.3.6	Coppia elettromagnetica	47
2.3.7	Equazioni in un riferimento generico	52
3	Sistemi di controllo sensorless	55
3.1	Stimatori	55
3.1.1	Stimatore Corrente-Velocità	57
3.1.2	Stimatore Tensione-Corrente	60
3.1.3	Stimatore di Flusso di Luenberger	62
4	Sistema di controllo 1	67
4.1	Spazio 1: Controllo ad Orientamento di Campo	67
4.1.1	Osservatore di flusso	67

4.1.2	Anello di controllo di corrente	70
4.1.3	Anello di controllo di velocità	73
4.2	Spazio 3: Stima della velocità meccanica	76
4.2.1	Osservatore di flusso	77
4.2.2	Anello di controllo di corrente	85
4.3	Spazio 5	89
4.3.1	Anello di controllo di corrente	89
5	Sistema di controllo 2	91
5.1	Spazio 3: Stima della velocità meccanica	91
5.1.1	Osservatore di flusso	92
5.1.2	Anello di controllo di corrente	94
5.2	Limiti di tensione	102
6	Setup sperimentale	105
6.1	Sistema di alimentazione	106
6.1.1	Bus DC, Raddrizzatore ed Inverter a sette fasi	106
6.1.2	Variac	114
6.1.3	Quadro elettrico	115
6.2	Motore asincrono a sette fasi	116
6.3	Carico meccanico	122
6.4	Sistema di controllo	124
6.4.1	DSP	124
6.4.2	Scheda di adattamento dei segnali	129
6.5	Sensori	129
6.5.1	Trasduttori di corrente	129
6.5.2	Trasduttori di tensione	132
6.5.3	Torsiometro	134
6.5.4	Encoder	135
7	Prove sperimentali	137
7.1	Sistema di controllo 1	137
7.1.1	Simulazione	137
7.1.2	Risultati sperimentali	140
7.2	Sistema di controllo 2	145
7.2.1	Simulazione	145
7.2.2	Risultati sperimentali	148

INDICE

v

8 Conclusioni

171

9 Ringraziamenti

173

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi decenni, grazie al consistente progresso dell'elettronica di potenza e alla sua introduzione sempre più marcata nel settore industriale, gli *azionamenti multifase* sono diventati argomento di ricerca di notevole interesse essendo caratterizzati da una grande versatilità nelle applicazioni e presentando intrinsecamente numerosi vantaggi rispetto ai tradizionali sistemi trifase.

I motori multifase, suddividendo la potenza su più fasi, presentano infatti la possibilità di aumentare la potenza trasmessa al carico senza imbattersi nel limite imposto dai componenti utilizzati nei rami dei convertitori statici, trovando così applicazione nei sistemi ad elevata potenza. In essi è inoltre possibile il controllo indipendente di un numero di armoniche di campo, condizionato dal numero di fasi, superiore alla sola fondamentale, permettendo di migliorare la densità e la qualità della coppia, riducendone il ripple, rendendo possibile la stima online dei parametri e consentendo la realizzazione di *azionamenti multi-motore*, dove più motori collegati in serie vengono controllati da un unico convertitore statico. Infine, un'ulteriore importante caratteristica presentata da tali sistemi è la maggiore affidabilità in quanto, al contrario delle macchine trifase, la perdita di una fase non compromette il funzionamento del sistema, ma ne comporta solo una riduzione delle prestazioni.

Per i motivi introdotti i sistemi multifase trovano applicazione nei generatori eolici e aerospaziali, nella trazione elettrica, nella propulsione navale e in tutti i sistemi in cui è richiesta elevata potenza e tolleranza ai guasti.

In questo lavoro di tesi viene affrontato il controllo *sensorless* di un motore asincrono a sette fasi. Tale tecnica di controllo si basa sulla stima della posizione e/o della velocità meccanica del rotore della macchina elettrica senza

richiedere l'utilizzo di trasduttori di posizione e velocità, in modo da ridurre la complessità hardware, la necessità di manutenzione, il costo e l'ingombro dell'intero sistema, aumentandone inoltre l'immunità ai disturbi generati dall'acquisizione dei segnali provenienti dal trasduttore stesso a causa di interferenze elettromagnetiche ed errata taratura.

Lo sviluppo di tale tecnica di controllo avviene in questo documento realizzandone inizialmente il modello in ambiente *Matlab* e *Simulink*, procedendo successivamente all'implementazione su *DSP*, effettuando le prove sperimentali descritte.

Nel Capitolo 2 vengono quindi introdotti i sistemi multifase e gli strumenti matematici fondamentali per il loro studio e controllo, *i vettori di spazio*. Nel Capitolo 3 sono descritti gli stimatori di flusso, che costituiscono le basi dell'algoritmo di controllo sensorless. Successivamente, nei Capitoli 4 e 5 sono analizzati due differenti sistemi di controllo in cui viene effettuato il controllo ad orientamento di campo nello *spazio 1* e la stima della velocità nello *spazio 3* di macchina, le cui simulazioni e relative prove sperimentali sono presentate nel Capitolo 7, in seguito all'introduzione del banco di lavoro effettuata nel Capitolo 6.

Capitolo 2

Azionamenti Multifase

In questo capitolo viene trattata la teoria degli azionamenti multifase. Nel primo paragrafo sono introdotti i vettori di spazio con estensione ai vettori di spazio multipli, sfruttati per la modellizzazione della macchina asincrona multifase e per il controllo dell'inverter. Nel secondo paragrafo vengono affrontati gli inverter multifase ed il loro controllo nel caso di azionamento a sette fasi. Infine nel terzo paragrafo viene mostrata la modellizzazione del motore asincrono a sette fasi, di fondamentale importanza per lo studio ed il controllo dell'azionamento.

2.1 Vettori di spazio

I vettori di spazio rappresentano un potente strumento per lo studio dei sistemi trifase e multifase, rendendone semplice la comprensione ed il controllo. In questo paragrafo viene mostrata l'estensione dell'utilizzo dei vettori di spazio dal caso trifase a quello multifase, con particolare attenzione al caso eptafase, utilizzato in questo lavoro di tesi.

2.1.1 Vettori di spazio in un sistema trifase

Si considera un sistema di tre grandezze indipendenti, omogenee e variabili arbitrariamente nel tempo [1].

$$\begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

La dipendenza temporale nella seguente trattazione sarà sottintesa.

Si definisce *Componente Omopolare* la variabile reale:

$$y_0 = \frac{2}{3} [x_1 + x_2 + x_3] \quad (2.2)$$

Tale variabile reale sintetizza tutto ciò che è uguale nelle tre grandezze del sistema.

Si definisce *Vettore di Spazio* la variabile complessa:

$$\bar{y} = \frac{2}{3} [x_1 + x_2 \bar{\alpha} + x_3 \bar{\alpha}^2] \quad (2.3)$$

dove:

$$\bar{\alpha} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (2.4)$$

Tale variabile complessa sintetizza tutto ciò che è diverso, quindi a somma nulla, nelle tre grandezze del sistema. Il coefficiente complesso $\bar{\alpha}$ compare nella definizione del vettore di spazio con le potenze rappresentate in Figura 2.1.

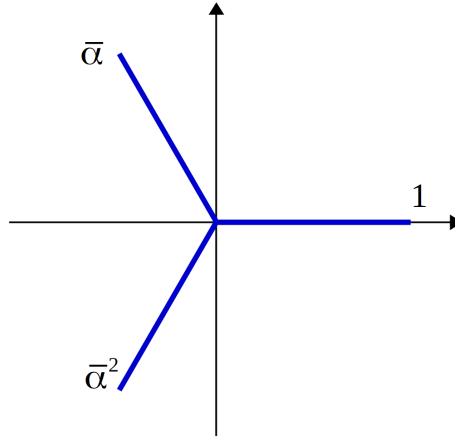


Figura 2.1: Rappresentazione delle potenze del coefficiente $\bar{\alpha}$ del caso trifase nello spazio complesso [1].

Il vettore di spazio appena descritto è rappresentabile come in Figura 2.2 mediante le sue componenti cartesiane nel piano α - β , nel modo seguente:

$$\bar{y}(t) = y_\alpha(t) + y_\beta(t) \quad (2.5)$$

dove:

$$y_\alpha = \Re\{\bar{y}\} \quad (2.6)$$

$$y_\beta = \Im\{\bar{y}\} \quad (2.7)$$

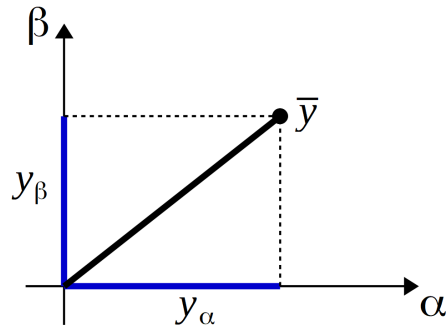


Figura 2.2: Rappresentazione delle componenti cartesiane del vettore di spazio [1].

Un'importante caratteristica dei vettori di spazio, sfruttata ampiamente nella modellizzazione dei sistemi trifase e multifase, è la possibile rappresentazione in diversi sistemi di riferimento, caratterizzati da una rotazione degli assi rispetto all'origine, come in Figura 2.3.

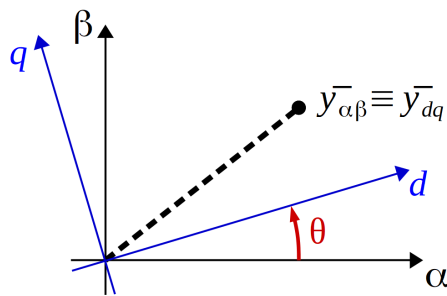


Figura 2.3: Cambio del sistema di riferimento di un vettore di spazio [1].

Considerando θ come angolo di rotazione tra i sistemi di riferimento α - β e d-q, la trasformazione delle componenti del vettore di spazio avviene nel modo seguente:

$$\begin{bmatrix} y_d \\ y_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_\alpha \\ y_\beta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} y_\alpha \\ y_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_d \\ y_q \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Le trasformazioni (2.8) e (2.9) sono inoltre esprimibili rispettivamente come:

$$\bar{y}_{dq} = \bar{y}_{\alpha\beta} e^{-j\theta} \quad (2.10)$$

$$\bar{y}_{\alpha\beta} = \bar{y}_{dq} e^{j\theta} \quad (2.11)$$

Di fatto, tale trasformazione rappresenta una rotazione del sistema di riferimento di θ gradi in senso antiorario, nel caso delle (2.8) e (2.10), in senso orario nel caso delle (2.9) e (2.11).

Mediante la trasformazione lineare descritta dalle (2.2) e (2.3), partendo da un sistema di tre grandezze indipendenti, si è ottenuto un sistema di due variabili indipendenti, di cui una reale e l'altra complessa.

Le corrispondenti *Equazioni di Antitrasformazione*, che permettono di tornare al sistema di partenza, risultano:

$$x_1 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y} \cdot 1 \quad (2.12)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y} \cdot \bar{\alpha} \quad (2.13)$$

$$x_3 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y} \cdot \bar{\alpha}^2 \quad (2.14)$$

2.1.2 Vettori di spazio in un sistema multifase

L'estensione dei vettori di spazio dal mondo trifase a quello multifase viene quindi eseguita considerando un generico sistema di m grandezze indipendenti, omogenee e variabili arbitrariamente nel tempo $x_k(t)$ con $k = 1, 2, 3, \dots, m$.

Ipotizzando di aver considerato un numero m dispari di grandezze, in questo caso la trasformazione ai vettori di spazio è definibile nel modo seguente:

$$\bar{y}_h = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m x_k \bar{\alpha}^{(k-1)h} \quad (2.15)$$

per $h = 0, 1, \dots, m-1$

dove:

$$\bar{\alpha} = e^{j\frac{2\pi}{m}} \quad (2.16)$$

In questo modo si individuano $m-1$ vettori di spazio. Osservando le variabili ottenute dalla trasformazione si nota che \bar{y}_0 risulta essere una variabile reale, corrispondente alla componente omopolare del caso trifase.

Considerando le variabili complesse, sapendo che:

$$\bar{\alpha}_h^* = \bar{\alpha}_{m-h} \quad (2.17)$$

è constatabile la presenza di variabili complesse ridondanti, in quanto complesse coniugate. Avendo ipotizzato m dispari, è quindi possibile affermare che esistono $\frac{m-1}{2}$ coppie di vettori di spazio complesse coniugate, di cui è possibile trascurare indistintamente uno dei due vettori, in modo tale da considerare soltanto le variabili indipendenti del sistema.

La corrispondente antitrasformazione è data da:

$$x_k = \frac{1}{2}y_0 + \sum_{h \text{ dispari}}^{m-1} \bar{y}_h \cdot \bar{\alpha}_h^{h(k-1)} \quad (2.18)$$

2.1.3 Caso di studio: Vettori di spazio in un sistema a sette fasi

La definizione dei vettori di spazio per un sistema a sette fasi risulta quindi molto semplice. Considerando il seguente sistema di sette grandezze

indipendenti, omogenee e variabili arbitrariamente nel tempo:

$$\begin{cases} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ x_7(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

è possibile definire la trasformazione precedentemente introdotta nel modo seguente:

$$\bar{y}_h = \frac{2}{7} [x_1 \bar{\alpha}^0 + x_2 \bar{\alpha}^h + x_3 \bar{\alpha}^{2h} + x_4 \bar{\alpha}^{3h} + x_5 \bar{\alpha}^{4h} + x_6 \bar{\alpha}^{5h} + x_7 \bar{\alpha}^{6h}] \quad (2.20)$$

per $h = 0, 1, \dots, 6$

dove:

$$\bar{\alpha} = e^{j \frac{2\pi}{7}} \quad (2.21)$$

Mediante tale forma, sono definiti in modo unificato la componente omopolare ed i vettori di spazio multipli, che in questo caso saranno tre per mantenere inalterato il numero di gradi di libertà del sistema di partenza.

In un sistema a sette fasi il coefficiente complesso $\bar{\alpha}$ compare nella definizione dei vettori di spazio con le potenze rappresentate in Figura 2.4.

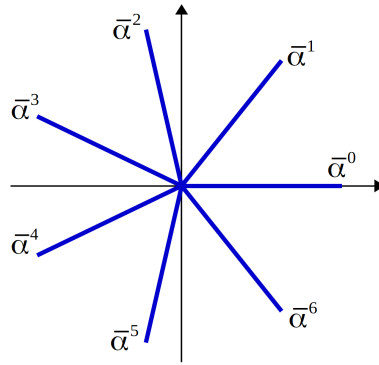


Figura 2.4: Rappresentazione delle potenze del coefficiente $\bar{\alpha}$ del caso eptafase nello spazio complesso.

Osservando che:

$$\bar{\alpha}^* = \bar{\alpha}^6 \quad (2.22)$$

$$\bar{\alpha}^{2*} = \bar{\alpha}^5 \quad (2.23)$$

$$\bar{\alpha}^{3*} = \bar{\alpha}^4 \quad (2.24)$$

è possibile riscontrare che i vettori di spazio \bar{y}_1 e \bar{y}_6 non sono indipendenti, ma complessi coniugati. Lo stesso vale per i vettori di spazio \bar{y}_2 e \bar{y}_5 , infine per \bar{y}_3 e \bar{y}_4 . Considerando solamente vettori di spazio indipendenti, si ottiene:

$$y_0 = \frac{2}{7} [x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7] \quad (2.25)$$

$$\bar{y}_1 = \frac{2}{7} [x_1 + x_2\bar{\alpha} + x_3\bar{\alpha}^2 + x_4\bar{\alpha}^3 + x_5\bar{\alpha}^4 + x_6\bar{\alpha}^5 + x_7\bar{\alpha}^6] = \bar{y}_6^* \quad (2.26)$$

$$\bar{y}_3 = \frac{2}{7} [x_1 + x_2\bar{\alpha}^3 + x_3\bar{\alpha}^6 + x_4\bar{\alpha}^2 + x_5\bar{\alpha}^5 + x_6\bar{\alpha} + x_7\bar{\alpha}^4] = \bar{y}_4^* \quad (2.27)$$

$$\bar{y}_5 = \frac{2}{7} [x_1 + x_2\bar{\alpha}^5 + x_3\bar{\alpha}^3 + x_4\bar{\alpha} + x_5\bar{\alpha}^6 + x_6\bar{\alpha}^4 + x_7\bar{\alpha}^2] = \bar{y}_2^* \quad (2.28)$$

Le corrispondenti *Equazioni di Antitrasformazione* risultano:

$$x_1 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^0 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^0 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^0 \quad (2.29)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^1 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^3 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^5 \quad (2.30)$$

$$x_3 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^2 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^6 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^3 \quad (2.31)$$

$$x_4 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^3 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^2 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^1 \quad (2.32)$$

$$x_5 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^4 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^5 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^6 \quad (2.33)$$

$$x_6 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^5 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^1 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^4 \quad (2.34)$$

$$x_7 = \frac{1}{2} y_0 + \bar{y}_1 \cdot \bar{\alpha}^6 + \bar{y}_3 \cdot \bar{\alpha}^4 + \bar{y}_5 \cdot \bar{\alpha}^2 \quad (2.35)$$

2.2 Inverter multifase

Un azionamento multifase prevede l'utilizzo di un VSI (Voltage Source Inverter) simile a quello trifase. La principale differenza è data dalla presenza di un numero di rami maggiore di tre. Nel caso dell'azionamento a sette fasi, l'inverter è infatti costituito da sette rami ed il suo schema semplificato è rappresentato in Figura 2.5 [4].

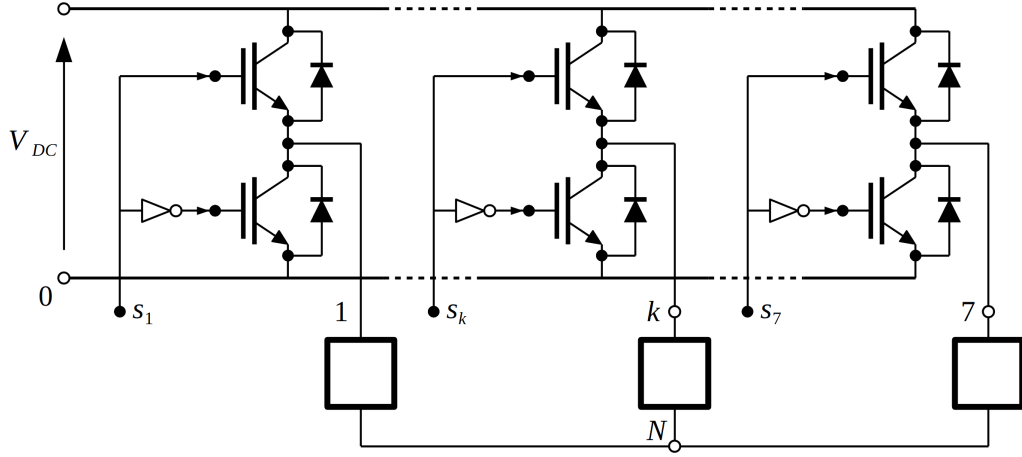


Figura 2.5: Schema di un VSI a sette fasi con carico collegato a stella [4].

La scelta della tecnica di modulazione adottata nell'inverter a sette fasi viene effettuata in modo simile a quella trifase, sfruttando la trasformazione ai vettori di spazio per renderne più agevole lo studio ed il controllo.

2.2.1 Tecniche di modulazione per inverter multifase

Negli inverter trifase sono solitamente adottate le tecniche di modulazione *SVM* (Space Vector Modulation) e *PWM* (Pulse Width Modulation), che risultano essere metodi equivalenti ed utilizzabili indistintamente.

Con gli inverter multifase, risultando più difficile sintetizzare i vettori di spazio multipli nei piani d-q nell'implementazione della tecnica SVM, la tecnica di modulazione più efficace è rappresentata dalla PWM.

Considerando il caso dell'inverter a sette fasi, la modulazione PWM è realizzata sfruttando la rappresentazione *DCSV* (Duty Cycles Space Vector). Tale

rappresentazione descrive lo stato dei rami dell'inverter utilizzando la componente omopolare ed i vettori di spazio relativi alle funzioni di commutazione dei rami dell'inverter [3].

Considerando lo schema di Figura 2.5, in cui è presente un carico equilibrato connesso a stella ai sette rami dell'inverter, lo scopo principale della modulazione è il controllo delle *tensioni di carico* $v_{1N}, \dots, v_{kN}, \dots, v_{7N}$, coerentemente con i riferimenti forniti dal sistema di controllo. L'inverter impone però solamente le *tensioni di polo* $v_{10}, \dots, v_{k0}, \dots, v_{70}$ e non la tensione di carico, pertanto, per controllare correttamente il sistema, è necessario studiare l'effetto delle tensioni di polo definite dall'inverter sulle tensioni a noi d'interesse.

Si decide perciò di analizzare le tensioni di polo e le tensioni di carico osservandone le componenti omopolari ed i vettori di spazio corrispondenti, introducendo anche le definizioni della rappresentazione DCSV delle funzioni di commutazione.

La tensione di polo v_{k0} , espressa in funzione dello stato di commutazione s_k del ramo corrispondente, risulta:

$$v_k = V_{DC} s_k \quad (2.36)$$

dove:

- V_{DC} : tensione del bus DC che alimenta l'inverter;
- s_k : funzione di commutazione del ramo k dell'inverter. Può assumere solo il valore 0 o 1.

Definendo il duty cycle con m_k ($k = 1, 2, \dots, 7$), corrispondente al valore medio del segnale di commutazione del ramo k -esimo s_k in ogni periodo di commutazione, per non far funzionare l'inverter in zona di sovrarmodulazione, deve essere soddisfatta la condizione:

$$m_k \in [0, 1] \quad k = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.37)$$

Considerando ora il valore medio delle funzioni di polo nel periodo di commutazione, espresse in funzione dei duty cycle m_k dei rami corrispondenti, si ottiene:

$$v_{k0} = V_{DC} m_k \quad k = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.38)$$

Applicando ora le trasformazioni relative alla componente omopolare (2.25) e ai vettori di spazio multipli (2.26), (2.27) e (2.28) si ottiene la componente omopolare delle tensioni di polo:

$$v_{polo,0} = V_{DC} m_0 \quad (2.39)$$

dove m_0 è la componente omopolare dei duty cycle:

$$m_0 = \frac{2}{7}[m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7] \quad (2.40)$$

ed i vettori di spazio delle tensioni di polo:

$$\bar{v}_{polo,h} = V_{DC} \bar{m}_h \quad h = 1, 3, 5. \quad (2.41)$$

dove \bar{m}_h è il vettore di spazio dei duty cycle:

$$\bar{m}_h = \frac{2}{7} \sum_{k=1}^7 m_k \bar{\alpha}^{(k-1)h} \quad (2.42)$$

Si considera il legame presente tra le tensioni di carico e le tensioni di polo (2.43), ottenuto dall'applicazione della legge di Kirchhoff alle maglie dello schema in Figura 2.5.

$$v_{kN} = v_{k0} - v_{N0} \quad k = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.43)$$

Trasformando i legami rappresentati dalla (2.43) in forma omopolare, applicando le (2.25), si ottiene:

$$v_{load,0} = v_{polo,0} - 2v_{N0} \quad (2.44)$$

Avendo considerato un carico simmetrico connesso ai rami dell'inverter, la componente omopolare delle tensioni del carico risulta nulla:

$$v_{load,0} = 0 \quad (2.45)$$

Di conseguenza:

$$v_{N0} = \frac{v_{polo,0}}{2} \quad (2.46)$$

La componente omopolare della tensione di polo $v_{polo,0}$ definisce il solo valore della tensione v_{N0} .

Trasformando ai vettori di spazio multipli, applicando le (2.26), (2.27) e (2.28), i legami rappresentati dalla (2.43) si ottiene:

$$\bar{v}_{load,h} = \bar{v}_{polo,h} = V_{DC} \bar{m}_h \quad h = 1, 3, 5. \quad (2.47)$$

I vettori di spazio delle tensioni stellate di carico $\bar{v}_{load,h}$ coincidono coi vettori di spazio delle tensioni di polo $\bar{v}_{polo,h}$, ai quali si farà quindi riferimento per il controllo della tensione applicata al carico.

La tecnica di modulazione dell'inverter a sette fasi dovrà essere in grado di sintetizzare, in ogni periodo di commutazione, tre vettori di spazio di tensione totalmente indipendenti in modo arbitrario. Tale problematica viene risolta in modo analogo al caso degli inverter trifase.

Nella seguente trattazione le tensioni di carico verranno espresse omettendo la dicitura "load" per semplicità di notazione.

Si considerano i vettori di spazio della tensione di carico di riferimento $\bar{v}_{h,ref}$ per $h = 1, 3, 5$, ottenuti ad ogni ciclo di commutazione grazie all'algoritmo di controllo dell'azionamento. Tenendo conto del legame dei vettori di spazio delle tensioni al carico coi vettori di spazio dei duty cycle (2.47) ed applicando le antitrasformazioni (2.29), (2.30), (2.31), (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35) si ottiene:

$$m_k = \frac{1}{2}m_0 + \frac{1}{V_{DC}} \sum_{h=1,3,5} \bar{v}_{h,ref} \cdot \bar{\alpha}^{(k-1)h} \quad (2.48)$$

per $k = 1, 2, \dots, 7$

Sfruttando la (2.48) è quindi possibile determinare i duty cycle dei rami dell'inverter in ogni periodo di commutazione, seguendo lo schema in Figura 2.6.

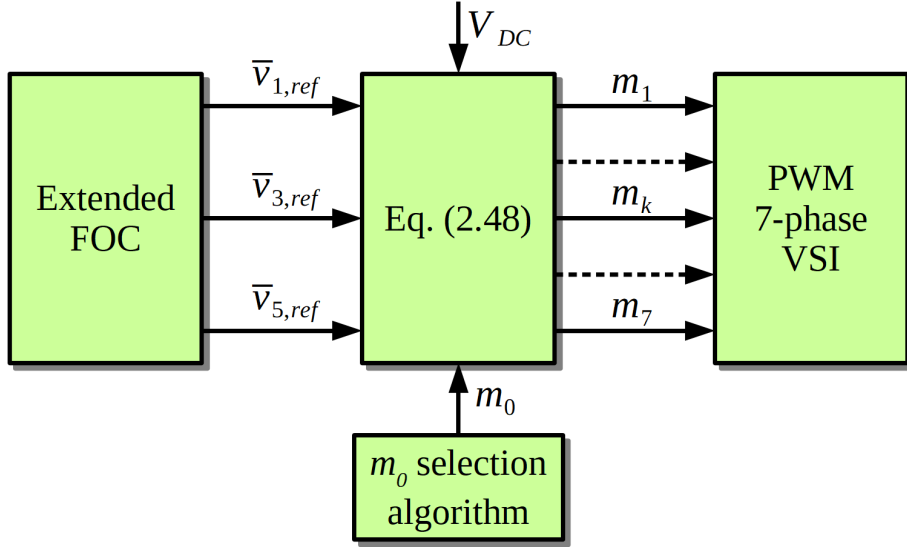


Figura 2.6: Schema logico relativo alla determinazione dei duty cycle dei rami dell'inverter mediante approccio DCSV [4].

Nello schema in Figura 2.6 il blocco *Extended FOC* rappresenta l'applicazione del *controllo ad orientamento di campo (Field-Oriented Control)* per azionamento multifase, grazie alla quale vengono ottenuti i riferimenti delle tensioni di carico, necessari per il calcolo dei duty cycle dei rami dell'inverter. La determinazione di tali duty cycle viene eseguita solo successivamente all'assegnazione della componente omopolare dei duty cycle m_0 , che rappresenta un grado di libertà. Una scelta opportuna di tale componente omopolare, effettuata in ogni periodo di commutazione, può permettere di sfruttare pienamente la tensione d'ingresso dell'inverter e di ottimizzare alcune caratteristiche della legge di modulazione, come la frequenza di commutazione dei rami e lo spettro della tensione in uscita.

Una volta determinati i duty cycle m_k , mantenendoli costanti nel periodo di commutazione T_c ed effettuando una comparazione con la portante triangolare $c(t)$ è possibile ottenere i segnali di comando $s_k(t)$ dei rami dell'inverter, come mostrato nell'esempio di Figura 2.7.

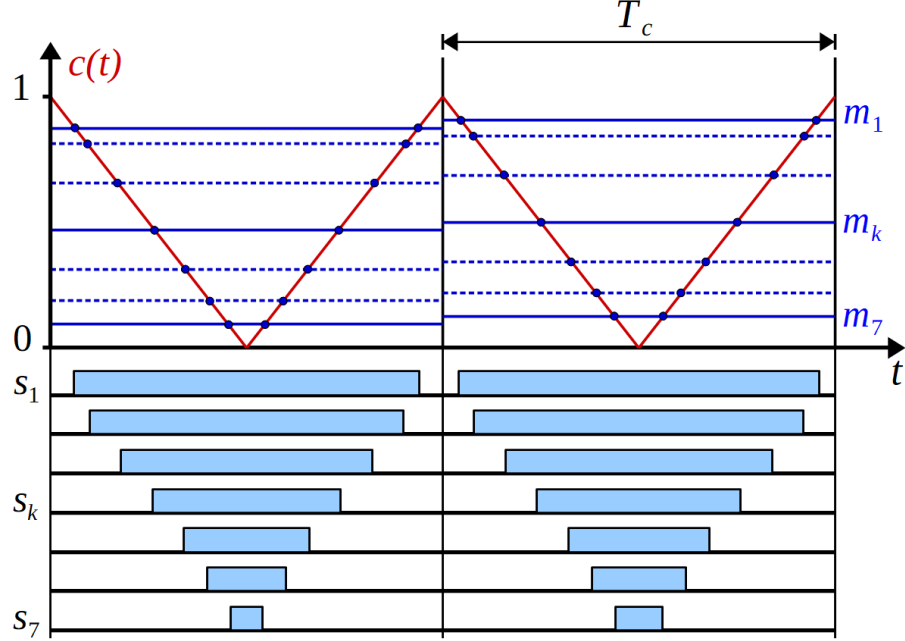


Figura 2.7: Determinazione dei segnali di comando, considerando i duty cycle $m_1 > \dots > m_k > \dots > m_7$ [4].

Limiti di tensione

La relazione (2.37) pone un vincolo sul valore dei duty cycle dei rami dell'inverter, di conseguenza, considerando la relazione (2.48), una limitazione al valore massimo dei vettori di spazio di riferimento $\bar{v}_{1,ref}, \bar{v}_{3,ref}$ e $\bar{v}_{5,ref}$, richiesti dal sistema di controllo all'inverter in ogni periodo di commutazione.

Nel caso trifase, dove la limitazione è relativa soltanto al vettore di spazio $\bar{v}_{1,ref}$, il problema è completamente risolto mantenendo il vettore di spazio corrispondente all'interno di una regione esagonale, estesa in funzione della tensione di ingresso V_{DC} dell'inverter stesso.

Nel caso dell'inverter a sette fasi affrontare la problematica dei limiti di tensione non è ugualmente semplice a causa della presenza di tre vettori di spazio di riferimento. Una semplificazione di tale problema può essere ottenuta trascurando la fase di tali vettori (permettendo quindi di assumere qualsiasi valore nel range $[0, 2\pi]$) e concentrandosi solo sulla loro ampiezza.

In termini di DCSV, l'obiettivo è rappresentato dalla determinazione dei vincoli che legano le ampiezze massime dei tre vettori di spazio $\overline{m}_1, \overline{m}_3$ ed \overline{m}_5 uno all'altro, indipendentemente dalla loro fase.

Considerando il grado di libertà fornito dalla componente omopolare dei duty cycle m_0 , i vincoli espressi dalla relazione (2.37) possono essere riscritti come:

$$m_k - m_i \leq 1 \quad k, i = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.49)$$

Sostituendo la (2.48), nella (2.49), considerando la relazione (2.47), è possibile affrontare il problema del limite di tensione facendo riferimento ai limiti dei DCSV, i cui valori sono indipendenti dalla tensione del bus DC, V_{DC} , ottenendo:

$$\sum_{h=1,3,5} \overline{m}_h \cdot (\overline{\alpha}^{(k-1)h} - \overline{\alpha}^{(i-1)h}) \leq 1 \quad k, i = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.50)$$

Utilizzando la rappresentazione polare per i DCSV :

$$\overline{m}_h = M_h e^{j\beta_h} \quad h = 1, 3, 5. \quad (2.51)$$

dopo alcuni passaggi, la relazione (2.50) diventa:

$$\sum_{h=1,3,5} M_h \sin \left[\beta_h - \frac{h\pi}{7}(k+i-2) \right] \sin \left[\frac{h\pi}{7}(k-i) \right] \leq \frac{1}{2} \quad k, i = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.52)$$

Analizzando la relazione (2.52) per ogni coppia (k, i) è possibile ottenere il limite di tensione in forma esplicita.

Considerando il caso peggiore, la relazione (2.52) può essere scritta come:

$$\sum_{h=1,3,5} M_h \left| \sin \left[\frac{h\pi}{7}(k-i) \right] \right| \leq \frac{1}{2} \quad k, i = 1, 2, \dots, 7. \quad (2.53)$$

A causa della simmetria intrinseca, la condizione (2.53) può essere espressa nel modo seguente:

$$\frac{M_1}{A} + \frac{M_3}{C} + \frac{M_5}{B} \leq 1 \quad (2.54)$$

$$\frac{M_1}{B} + \frac{M_3}{A} + \frac{M_5}{C} \leq 1 \quad (2.55)$$

$$\frac{M_1}{C} + \frac{M_3}{B} + \frac{M_5}{A} \leq 1 \quad (2.56)$$

dove:

$$A = \frac{1}{2\sin(\pi/7)} \cong 1.152 \quad (2.57)$$

$$B = \frac{1}{2\sin(2\pi/7)} \cong 0.640 \quad (2.58)$$

$$C = \frac{1}{2\sin(3\pi/7)} \cong 0.513 \quad (2.59)$$

Le ampiezze M_1, M_3, M_5 dei tre DCSV $\bar{m}_1, \bar{m}_3, \bar{m}_5$ soddisfano la seguente condizione:

$$M_h \geq 0 \quad h = 1, 3, 5. \quad (2.60)$$

I limiti sui DCSV possono essere quindi rappresentati geometricamente facendo ricorso ad uno spazio in tre dimensioni avente come assi le tre ampiezze M_1, M_3 ed M_5 disposte formando un sistema di coordinate destrorso.

In tale spazio si definisce una regione di modulazione lineare, in cui ogni punto (avente coordinate M_1, M_3 ed M_5) soddisfa le condizioni limite rappresentate dalle (2.54), (2.55), (2.56) e (2.60). Una richiesta di tensione da parte del sistema di controllo che comporti tre DCSV $\bar{m}_1, \bar{m}_3, \bar{m}_5$ con ampiezza corrispondente ad un punto interno a tale regione comporta, purchè sia stato scelto un opportuno valore di m_0 , il soddisfacimento della condizione (2.37) da parte dei duty cycle m_k ($k = 1, 2, \dots, 7$). In tal caso i vettori di spazio richiesti, ovvero il riferimento, potranno essere correttamente sintetizzati. In caso contrario, con un punto di coordinate (M_1, M_3, M_5) esterno alla precedente regione, la condizione (2.37) non sarà rispettata, comportando la sovramodulazione.

Le sei condizioni (2.54), (2.55), (2.56) e (2.60) sono rappresentate da sei piani limite che racchiudono la regione di modulazione lineare. In particolare, le condizioni (2.60) portano rispettivamente alla definizione dei tre piani M_3 - M_5 , M_5 - M_1 , M_1 - M_3 , mentre le tre condizioni (2.54), (2.55) e (2.56) portano rispettivamente alla definizione dei tre piani PL_1, PL_2, PL_3 , posizionati simmetricamente rispetto agli assi. La regione di modulazione lineare così ottenuta è mostrata in Figura 2.8.

Per una migliore comprensione dei confini della regione di modulazione lineare, in Figura 2.8 sono evidenziati alcuni punti specifici, le cui coordinate nello spazio tridimensionale sono mostrate nella Tabella 2.1.

È possibile verificare che la superficie piana costituita da P_3 - P_{35} - P_{135} - P_{13} - P_3 appartiene al piano PL_1 , la superficie piana costituita da P_5 - P_{51} - P_{135} - P_{35} - P_5

appartiene al piano PL_2 , mentre la superficie piana costituita da P_1 - P_{13} - P_{135} - P_{51} - P_1 appartiene al piano PL_3 .

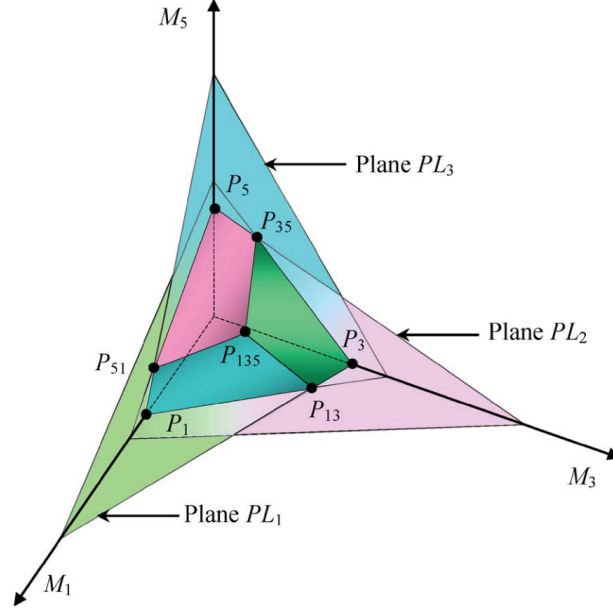


Figura 2.8: Rappresentazione della regione di modulazione lineare nello spazio di coordinate (M_1, M_3, M_5) [4].

Tabella 2.1: Coordinate dei punti evidenziati nello spazio tridimensionale in Figura 2.8 [4].

	P_1	P_3	P_5	P_{13}	P_{35}	P_{51}	P_{135}
M_1	0.513	0	0	0.158	0	0.443	0.228
M_3	0	0.513	0	0.443	0.158	0	0.228
M_5	0	0	0.513	0	0.443	0.158	0.228

Il punto PL_{135} è particolarmente rilevante, dato che il cubo avente come vertici opposti PL_{135} e l'origine degli assi è situato interamente all'interno

della regione di modulazione lineare. Di conseguenza, tutte le condizioni di funzionamento caratterizzate da $M_1 \leq 0.228$, $M_3 \leq 0.228$, $M_5 \leq 0.228$ appartengono a tale regione. Questa regione può essere inoltre estesa considerando particolari condizioni di funzionamento, caratterizzate da una rigida sincronizzazione per quanto riguarda la frequenza e l'angolo di fase dei vettori di spazio di riferimento.

2.3 Modello di una macchina asincrona a sette fasi

Il modello analitico di una macchina asincrona multifase a 7 fasi statoriche descritto in questo paragrafo è basato sulla rappresentazione mediante vettori di spazio multipli e componenti omopolari delle grandezze elettriche e del campo magnetico al traferro della macchina, in modo analogo a quanto viene effettuato per la modellizzazione della macchina asincrona trifase.

Per realizzare il modello vengono infatti adottate le tradizionali ipotesi di studio [2]:

- macchina a rotore avvolto (il modello ottenuto è valido anche per macchine asincrone con rotore a gabbia, a patto che vengano trascurati gli effetti delle armoniche di campo al traferro);
- si considerano le equazioni di Maxwell in regime quasi-stazionario, si trascura quindi la derivata nel tempo del vettore spostamento, ragionando pertanto in condizione di campi magnetici variabili a bassa frequenza;
- si effettua uno studio bidimensionale, supponendo equivalenti tutte le sezioni trasversali della macchina, che equivale a considerare la macchina di lunghezza infinita o a trascurare gli effetti di bordo;
- si trascura il fenomeno della saturazione magnetica e si suppone il materiale ferromagnetico di permeabilità infinita, si considerano pertanto nulle le cadute di forza magnetomotrice nel ferro;
- si ipotizza infinitesima la sezione dei conduttori di statore e di rotore, ciò equivale a trascurare l'addensamento di corrente nei conduttori massicci;
- si suppone infinitesima la larghezza dell'apertura di cava, considerando di conseguenza il traferro di spessore uniforme;

- si suppongono le linee di campo al traferro parallele tra loro e perpendicolari alle superfici affacciate, trascurando perciò la curvatura del traferro, di conseguenza per descrivere il campo al traferro è sufficiente indicare la posizione e l'istante di tempo considerato;
- si trascura l'accoppiamento magnetico tra le fasi dovuto ai flussi dispersi, che equivale, ad esempio, a trascurare l'effetto del passo raccorciato sulle induttanze di dispersione in cava;
- si suppone che tutte le matasse di una fase siano collegate in serie;
- considerando macchine con p coppie di poli, lo studio viene limitato ad una sola coppia di poli per la simmetria di macchina.

Inizialmente viene considerato un semplice avvolgimento a singolo strato con una sola cava polo fase, generalizzando successivamente i risultati per un avvolgimento generico.

Ci si pone quindi il problema di valutare il campo magnetico al traferro prodotto dal k -esimo avvolgimento di statore, posizionato in modo arbitrario e percorso da corrente.

In questo modello vengono considerate le componenti armoniche spaziali 1, 3 e 5 di campo magnetico al traferro, trascurando le successive, essendo la loro ampiezza inversamente proporzionale all'ordine armonico.

Come visibile in Figura 2.9, viene definita la coordinata angolare elettrica θ_S , solidale con lo statore, orientata con verso antiorario, e viene fissata la posizione dell'avvolgimento definendo la coordinata angolare elettrica Ψ_{Sk} del corrispondente asse magnetico.

Si definiscono:

- δ : spessore del traferro;
- p : numero di coppie di poli;
- N_S : numero di conduttori in serie per fase di statore;
- i_{Sk} : corrente dell'avvolgimento \mathbf{k} di statore.

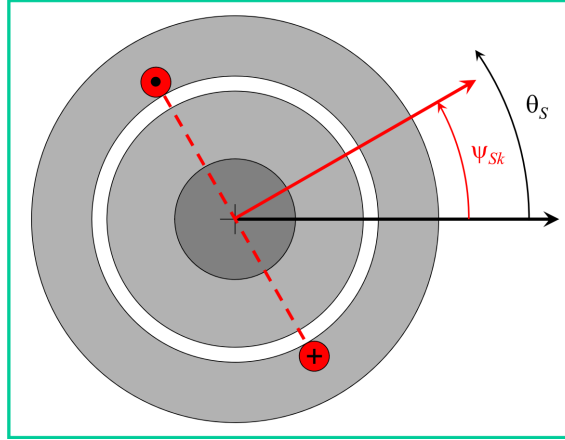


Figura 2.9: Definizione delle coordinate angolari di statore e rappresentazione di un avvolgimento di statore avente posizione arbitraria [2].

In corrispondenza della posizione dei lati attivi si ha una discontinuità del campo magnetico, il cui andamento corrisponde ad un'onda quadra (vedi Figura 2.10) la cui ampiezza è calcolabile applicando la legge della circuitazione magnetica, ottenendo $\frac{N_S i_{Sk}}{4\delta p}$. La fondamentale di tale onda quadra ha il punto di massimo in corrispondenza della coordinata angolare Ψ_{Sk} .

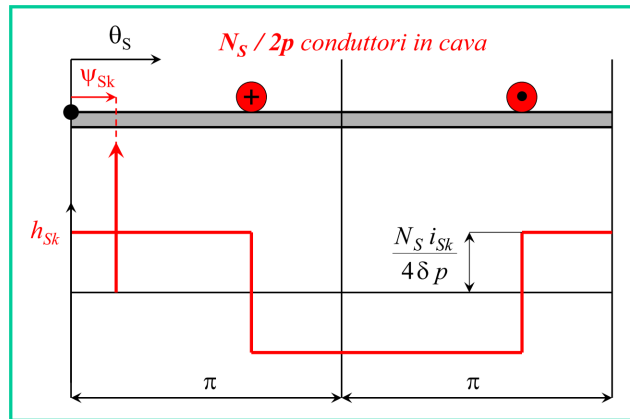


Figura 2.10: Rappresentazione del campo magnetico al traferro prodotto da una fase statorica, con traferro rettificato [2].

Sviluppando in serie di Fourier spaziale l'andamento del campo magnetico h_{Sk} al traferro, tenendo conto della prima, terza e quinta armonica come anticipato in precedenza, si ottiene la seguente espressione:

$$h_{Sk}(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_S}{\pi p} \frac{i_{Sk}}{\delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re [e^{-j\rho\theta_S} e^{j\rho\Psi_{Sk}}] \quad (2.61)$$

Tale espressione può essere generalizzata al caso di un generico avvolgimento di statore introducendo i concetti di *coefficiente di avvolgimento di statore* K_{aS} , *coefficiente di Blondel di statore* K_{BS} e *coefficiente di raccorciamento di rotore* K_{rS} , ottenendo:

$$h_{Sk}(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_S}{\pi p} \frac{K_{aS\rho}}{\delta \rho} i_{Sk} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re [e^{-j\rho\theta_S} e^{j\rho\Psi_{Sk}}] \quad (2.62)$$

dove:

$$K_{aS\rho} = K_{BS\rho} K_{rS\rho} \quad (2.63)$$

È possibile calcolare in modo del tutto analogo il campo magnetico al traferro prodotto dall'avvolgimento k -esimo di rotore, posizionato in modo arbitrario e percorso da corrente, sempre tenendone in considerazione le sole prima, terza e quinta armonica di campo.

Come visibile in Figura 2.11, viene definita la coordinata angolare elettrica θ_R , solidale col rotore, orientata con verso antiorario, e viene fissata la posizione dell'avvolgimento definendo la coordinata angolare elettrica Ψ_{Rk} del corrispondente asse magnetico.

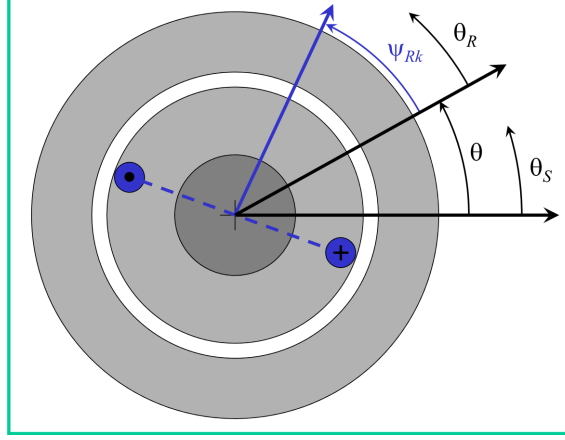


Figura 2.11: Definizione delle coordinate angolari di rotore e rappresentazione di un avvolgimento di rotore avente posizione arbitraria [2].

In Figura 2.11 è definito anche l'angolo θ , che rappresenta la posizione angolare del rotore rispetto allo statore, espressa in radianti elettrici, per cui il legame tra la coordinata angolare di rotore θ_R e quella di statore θ_S risulta:

$$\theta_S = \theta_R + \theta \quad (2.64)$$

Considerando ora:

- N_R : numero di conduttori in serie per fase di rotore;
- i_{Rk} : corrente dell'avvolgimento \mathbf{k} di rotore,

è possibile ottenere una relazione analoga alla (2.61)

$$h_{Rk}(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_R i_{Rk}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re [e^{-j\rho\theta_R} e^{j\rho\Psi_{Rk}}] \quad (2.65)$$

Come fatto per lo statore, tale espressione può essere generalizzata al caso di un generico avvolgimento di rotore introducendo i concetti di *coefficiente di avvolgimento di rotore* K_{aR} , *coefficiente di Blondel di rotore* K_{BR} e *coefficiente di raccorciamento di rotore* K_{rR} , ottenendo:

$$h_{Rk}(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_R K_{aR\rho} i_{Rk}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re [e^{-j\rho\theta_R} e^{j\rho\Psi_{Rk}}] \quad (2.66)$$

dove:

$$K_{aR\rho} = K_{BR\rho} K_{rR\rho} \quad (2.67)$$

2.3.1 Descrizione generalizzata del campo magnetico al traferro

Per descrivere il comportamento del campo magnetico nella macchina asincrona in termini del tutto generali si utilizza lo sviluppo in serie spaziale.

Con riferimento allo statore, ovvero considerando la coordinata θ_S , e tenendo conto della prima, terza e quinta armonica, il campo magnetico al traferro può essere scritto come:

$$h_T(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \Re \left[\bar{h}_{T\rho}^S(t) e^{-j\rho\theta_S} \right] \quad (2.68)$$

dove:

$$\theta_S \in [0, 2\pi]$$

$$t \in (-\infty, +\infty)$$

Nella (2.68) la variabile complessa $\bar{h}_{T\rho}^S(t)$ rappresenta il vettore di spazio che descrive la ρ -esima armonica del campo al traferro, istante per istante, con riferimento allo statore. Tale armonica di campo magnetico è caratterizzata da:

- $\lambda_\rho = \frac{2\pi}{\rho}$: lunghezza d'onda;
- $|\bar{h}_{T\rho}^S(t)|$: ampiezza dell'armonica di campo;
- $\frac{1}{\rho} \arg \left[\bar{h}_{T\rho}^S(t) \right]$: posizione angolare del primo massimo dell'armonica di campo.

Inoltre, la velocità angolare della ρ -esima armonica di campo magnetico, rispetto allo statore, divisa per ρ ed espressa in radianti elettrici, coincide con la velocità angolare del vettore di spazio $\bar{h}_{T\rho}^S(t)$.

Introducendo l'operatore prodotto scalare, la relazione (2.68) può essere espressa come:

$$h_T(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \bar{h}_{T\rho}^S(t) \cdot e^{j\rho\theta_S} \quad (2.69)$$

dove nel primo fattore è evidenziata la *dipendenza temporale*, mentre nel secondo fattore la *dipendenza spaziale*.

Il valore del campo magnetico al traferro nel generico istante di tempo t e nella generica posizione θ_S è quindi dato dalla proiezione dei vettori di spazio delle tre armoniche di campo considerate lungo la direzione identificata da $\rho \theta_S$.

Considerando la relazione (2.64) ed inserendola nella (2.68), il campo magnetico al traferro può essere descritto anche rispetto al riferimento di rotore:

$$h_T(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \Re \left[\bar{h}_{T\rho}^S(t) e^{-j\rho\theta} e^{-j\rho\theta_R} \right] \quad (2.70)$$

Ponendo quindi:

$$\bar{h}_{T\rho}^R(t) = \bar{h}_{T\rho}^S(t) e^{-j\rho\theta} \quad (2.71)$$

si ottiene:

$$h_T(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \Re \left[\bar{h}_{T\rho}^R(t) e^{-j\rho\theta_R} \right] \quad (2.72)$$

2.3.2 Flusso concatenato con una fase

Si desidera ora calcolare il flusso concatenato con il k -esimo avvolgimento di statore, posizionato in modo arbitrario, dovuto al campo magnetico al traferro (considerando in questo caso il riferimento di statore).

Come fatto per il campo magnetico al traferro, si considerano solo prima, terza e quinta armonica di campo, in presenza di un semplice avvolgimento a singolo strato con una sola cava per polo per fase.

Tale calcolo viene effettuato facendo riferimento alla superficie evidenziata in Figura 2.12.

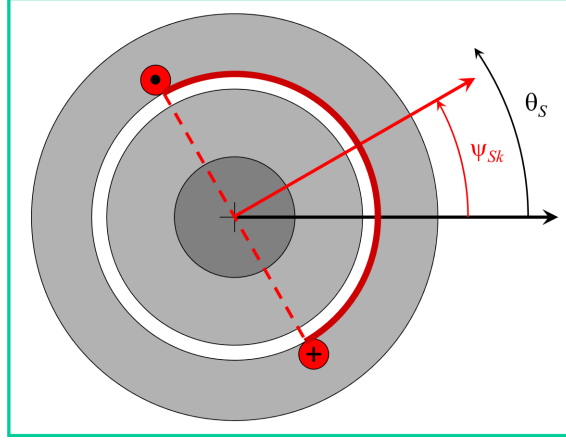


Figura 2.12: Superficie considerata per il calcolo del flusso concatenato col k-esimo avvolgimento di statore [2].

Il flusso concatenato con l'avvolgimento k-esimo di statore, dovuto al campo magnetico al traferro risulta:

$$\varphi_{STk} = \frac{L \mu_0 N_S}{2} \int_{\Psi_{Sk}-\pi/2}^{\Psi_{Sk}+\pi/2} h_T(\theta_S, t) \frac{\tau}{\pi} d\theta_S \quad (2.73)$$

dove τ è il passo polare ed L è la lunghezza assiale di macchina.

Introducendo la relazione (2.68) nella (2.73) si ottiene:

$$\begin{aligned} \varphi_{STk} = & \frac{L \mu_0 \tau N_S}{\pi} \Re \left[\bar{h}_{T1}^S(t) e^{-j\Psi_{Sk}} \right] + \\ & - \frac{L \mu_0 \tau N_S}{3\pi} \Re \left[\bar{h}_{T3}^S(t) e^{-j3\Psi_{Sk}} \right] + \\ & + \frac{L \mu_0 \tau N_S}{5\pi} \Re \left[\bar{h}_{T5}^S(t) e^{-j5\Psi_{Sk}} \right] \end{aligned} \quad (2.74)$$

La relazione (2.74) può essere anche espressa come:

$$\begin{aligned} \varphi_{STk} = & \frac{L \mu_0 \tau N_S}{\pi} \bar{h}_{T1}^S(t) \cdot e^{-j\Psi_{Sk}} + \\ & - \frac{L \mu_0 \tau N_S}{3\pi} \bar{h}_{T3}^S(t) \cdot e^{-j3\Psi_{Sk}} + \\ & + \frac{L \mu_0 \tau N_S}{5\pi} \bar{h}_{T5}^S(t) \cdot e^{-j5\Psi_{Sk}} \end{aligned} \quad (2.75)$$

Esprimendo la relazione (2.74) per un generico avvolgimento, introducendo il coefficiente di avvolgimento di statore K_{aS} , si ha:

$$\begin{aligned} \varphi_{STk} = & \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS1}}{\pi} \Re \left[\bar{h}_{T1}^S(t) e^{-j\Psi_{Sk}} \right] + \\ & - \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS3}}{3\pi} \Re \left[\bar{h}_{T3}^S(t) e^{-j3\Psi_{Sk}} \right] + \\ & + \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS5}}{5\pi} \Re \left[\bar{h}_{T5}^S(t) e^{-j5\Psi_{Sk}} \right] \end{aligned} \quad (2.76)$$

È possibile quindi calcolare in modo analogo il flusso concatenato con il k-esimo avvolgimento di rotore, posizionato in modo arbitrario, dovuto al campo magnetico al traferro (considerando in questo caso il riferimento di rotore), facendo riferimento alla superficie evidenziata in Figura 2.13.

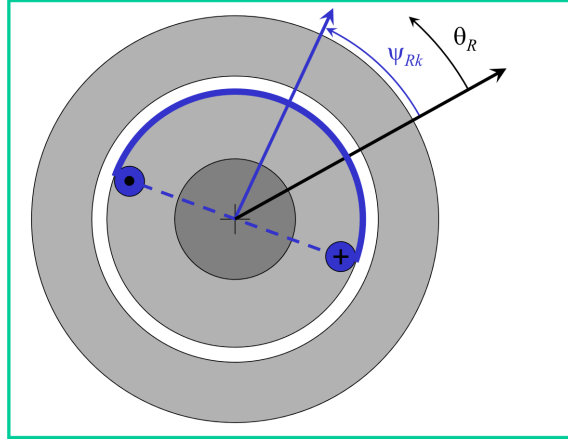


Figura 2.13: Superficie considerata per il calcolo del flusso concatenato col k-esimo avvolgimento di rotore [2].

Si ottiene:

$$\begin{aligned} \varphi_{RTk} = & \frac{L \mu_0 \tau N_R}{\pi} \Re \left[\bar{h}_{T1}^R(t) e^{-j\Psi_{Rk}} \right] + \\ & - \frac{L \mu_0 \tau N_R}{3\pi} \Re \left[\bar{h}_{T3}^R(t) e^{-j3\Psi_{Rk}} \right] + \\ & + \frac{L \mu_0 \tau N_R}{5\pi} \Re \left[\bar{h}_{T5}^R(t) e^{-j5\Psi_{Rk}} \right] \end{aligned} \quad (2.77)$$

Esprimendo la relazione (2.77) per un generico avvolgimento, introducendo il coefficiente di avvolgimento di rotore K_{aR} , si ha:

$$\begin{aligned} \varphi_{RTk} = & \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR1}}{\pi} \Re \left[\bar{h}_{T1}^R(t) e^{-j\Psi_{Rk}} \right] + \\ & - \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR3}}{3\pi} \Re \left[\bar{h}_{T3}^R(t) e^{-j3\Psi_{Rk}} \right] + \\ & + \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR5}}{5\pi} \Re \left[\bar{h}_{T5}^R(t) e^{-j5\Psi_{Rk}} \right] \end{aligned} \quad (2.78)$$

2.3.3 Modello matematico

Facendo ricorso ai vettori di spazio multipli è possibile ottenere il modello matematico ai valori istantanei della macchina asincrona a sette fasi.

Considerando la macchina asincrona composta da sette avvolgimenti di statore, i cui assi magnetici sono posti a $\frac{2\pi}{7}$ radianti elettrici uno dall'altro, e da sette avvolgimenti di rotore, i cui assi magnetici sono posti a $\frac{2\pi}{7}$ radianti elettrici uno dall'altro, si ha:

$$\Psi_{Sk} = \frac{2\pi(k-1)}{7} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.79)$$

$$\Psi_{Rk} = \frac{2\pi(k-1)}{7} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.80)$$

dove la (2.79) è riferita alla coordinata di statore, mentre la (2.80) è riferita alla coordinata di rotore.

Definendo $v_{(S/R)k}$ come tensione applicata all'avvolgimento della k-esima fase di statore/rotore e $i_{(S/R)k}$ come corrente che percorre l'avvolgimento della k-esima fase di statore/rotore, le sette equazioni di statore possono essere espresse come:

$$v_{Sk} = R_S i_{Sk} + \frac{d\varphi_{Sk}}{dt} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.81)$$

dove R_S rappresenta la resistenza di un avvolgimento di statore e φ_{Sk} il flusso concatenato con il k-esimo avvolgimento di statore.

Definendo le seguenti componenti omopolari e vettori di spazio multipli:

$$v_{S0} = \frac{2}{7} [v_{S1} + v_{S2} + v_{S3} + v_{S4} + v_{S5} + v_{S6} + v_{S7}] \quad (2.82)$$

$$\bar{v}_{S1} = \frac{2}{7} [v_{S1} + v_{S2}\bar{\alpha} + v_{S3}\bar{\alpha}^2 + v_{S4}\bar{\alpha}^3 + v_{S5}\bar{\alpha}^4 + v_{S6}\bar{\alpha}^5 + v_{S7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.83)$$

$$\bar{v}_{S3} = \frac{2}{7} [v_{S1} + v_{S2}\bar{\alpha}^3 + v_{S3}\bar{\alpha}^6 + v_{S4}\bar{\alpha}^2 + v_{S5}\bar{\alpha}^5 + v_{S6}\bar{\alpha} + v_{S7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.84)$$

$$\bar{v}_{S5} = \frac{2}{7} [v_{S1} + v_{S2}\bar{\alpha}^5 + v_{S3}\bar{\alpha}^3 + v_{S4}\bar{\alpha} + v_{S5}\bar{\alpha}^6 + v_{S6}\bar{\alpha}^4 + v_{S7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.85)$$

$$i_{S0} = \frac{2}{7} [i_{S1} + i_{S2} + i_{S3} + i_{S4} + i_{S5} + i_{S6} + i_{S7}] \quad (2.86)$$

$$\bar{i}_{S1} = \frac{2}{7} [i_{S1} + i_{S2}\bar{\alpha} + i_{S3}\bar{\alpha}^2 + i_{S4}\bar{\alpha}^3 + i_{S5}\bar{\alpha}^4 + i_{S6}\bar{\alpha}^5 + i_{S7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.87)$$

$$\bar{i}_{S3} = \frac{2}{7} [i_{S1} + i_{S2}\bar{\alpha}^3 + i_{S3}\bar{\alpha}^6 + i_{S4}\bar{\alpha}^2 + i_{S5}\bar{\alpha}^5 + i_{S6}\bar{\alpha} + i_{S7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.88)$$

$$\bar{i}_{S5} = \frac{2}{7} [i_{S1} + i_{S2}\bar{\alpha}^5 + i_{S3}\bar{\alpha}^3 + i_{S4}\bar{\alpha} + i_{S5}\bar{\alpha}^6 + i_{S6}\bar{\alpha}^4 + i_{S7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.89)$$

$$\varphi_{S0} = \frac{2}{7} [\varphi_{S1} + \varphi_{S2} + \varphi_{S3} + \varphi_{S4} + \varphi_{S5} + \varphi_{S6} + \varphi_{S7}] \quad (2.90)$$

$$\bar{\varphi}_{S1} = \frac{2}{7} [\varphi_{S1} + \varphi_{S2}\bar{\alpha} + \varphi_{S3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{S4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{S5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{S6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{S7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.91)$$

$$\bar{\varphi}_{S3} = \frac{2}{7} [\varphi_{S1} + \varphi_{S2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{S3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{S4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{S5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{S6}\bar{\alpha} + \varphi_{S7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.92)$$

$$\bar{\varphi}_{S5} = \frac{2}{7} [\varphi_{S1} + \varphi_{S2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{S3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{S4}\bar{\alpha} + \varphi_{S5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{S6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{S7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.93)$$

e sostituendo le (2.81) nelle (2.82), (2.83), (2.84), (2.85), tenendo conto delle (2.86), (2.87), (2.88), (2.89) e delle (2.90), (2.91), (2.92), (2.93), si ottengono rispettivamente l'equazione omopolare di statore e le equazioni complesse di statore:

$$v_{S0} = R_S i_{S0} + \frac{d\varphi_{S0}}{dt} \quad (2.94)$$

$$\bar{v}_{S1} = R_S \bar{i}_{S1} + \frac{d\bar{\varphi}_{S1}}{dt} \quad (2.95)$$

$$\bar{v}_{S3} = R_S \bar{i}_{S3} + \frac{d\bar{\varphi}_{S3}}{dt} \quad (2.96)$$

$$\bar{v}_{S5} = R_S \bar{i}_{S5} + \frac{d\bar{\varphi}_{S5}}{dt} \quad (2.97)$$

Analogamente è possibile scrivere per il rotore:

$$v_{Rk} = R_R i_{Rk} + \frac{d\varphi_{Rk}}{dt} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.98)$$

dove R_R rappresenta la resistenza di un avvolgimento di rotore e φ_{Rk} il flusso concatenato con il k-esimo avvolgimento di rotore.

Definendo le seguenti componenti omopolari e vettori di spazio multipli:

$$v_{R0} = \frac{2}{7} [v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + v_{R4} + v_{R5} + v_{R6} + v_{R7}] \quad (2.99)$$

$$\bar{v}_{R1} = \frac{2}{7} [v_{R1} + v_{R2}\bar{\alpha} + v_{R3}\bar{\alpha}^2 + v_{R4}\bar{\alpha}^3 + v_{R5}\bar{\alpha}^4 + v_{R6}\bar{\alpha}^5 + v_{R7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.100)$$

$$\bar{v}_{R3} = \frac{2}{7} [v_{R1} + v_{R2}\bar{\alpha}^3 + v_{R3}\bar{\alpha}^6 + v_{R4}\bar{\alpha}^2 + v_{R5}\bar{\alpha}^5 + v_{R6}\bar{\alpha} + v_{R7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.101)$$

$$\bar{v}_{R5} = \frac{2}{7} [v_{R1} + v_{R2}\bar{\alpha}^5 + v_{R3}\bar{\alpha}^3 + v_{R4}\bar{\alpha} + v_{R5}\bar{\alpha}^6 + v_{R6}\bar{\alpha}^4 + v_{R7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.102)$$

$$i_{R0} = \frac{2}{7} [i_{R1} + i_{R2} + i_{R3} + i_{R4} + i_{R5} + i_{R6} + i_{R7}] \quad (2.103)$$

$$\bar{i}_{R1} = \frac{2}{7} [i_{R1} + i_{R2}\bar{\alpha} + i_{R3}\bar{\alpha}^2 + i_{R4}\bar{\alpha}^3 + i_{R5}\bar{\alpha}^4 + i_{R6}\bar{\alpha}^5 + i_{R7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.104)$$

$$\bar{i}_{R3} = \frac{2}{7} [i_{R1} + i_{R2}\bar{\alpha}^3 + i_{R3}\bar{\alpha}^6 + i_{R4}\bar{\alpha}^2 + i_{R5}\bar{\alpha}^5 + i_{R6}\bar{\alpha} + i_{R7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.105)$$

$$\bar{i}_{R5} = \frac{2}{7} [i_{R1} + i_{R2}\bar{\alpha}^5 + i_{R3}\bar{\alpha}^3 + i_{R4}\bar{\alpha} + i_{R5}\bar{\alpha}^6 + i_{R6}\bar{\alpha}^4 + i_{R7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.106)$$

$$\varphi_{R0} = \frac{2}{7} [\varphi_{R1} + \varphi_{R2} + \varphi_{R3} + \varphi_{R4} + \varphi_{R5} + \varphi_{R6} + \varphi_{R7}] \quad (2.107)$$

$$\bar{\varphi}_{R1} = \frac{2}{7} [\varphi_{R1} + \varphi_{R2}\bar{\alpha} + \varphi_{R3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{R4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{R5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{R6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{R7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.108)$$

$$\bar{\varphi}_{R3} = \frac{2}{7} [\varphi_{R1} + \varphi_{R2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{R3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{R4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{R5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{R6}\bar{\alpha} + \varphi_{R7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.109)$$

$$\bar{\varphi}_{R5} = \frac{2}{7} [\varphi_{R1} + \varphi_{R2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{R3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{R4}\bar{\alpha} + \varphi_{R5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{R6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{R7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.110)$$

e sostituendo le (2.98) nelle (2.99), (2.100), (2.101), (2.102), tenendo conto delle (2.103), (2.104), (2.105), (2.106) e delle (2.107), (2.108), (2.109), (2.110),

si ottengono rispettivamente l'equazione omopolare di rotore e le equazioni complesse di rotore:

$$v_{R0} = R_R i_{R0} + \frac{d\varphi_{R0}}{dt} \quad (2.111)$$

$$\bar{v}_{R1} = R_R \bar{i}_{R1} + \frac{d\bar{\varphi}_{R1}}{dt} \quad (2.112)$$

$$\bar{v}_{R3} = R_R \bar{i}_{R3} + \frac{d\bar{\varphi}_{R3}}{dt} \quad (2.113)$$

$$\bar{v}_{R5} = R_R \bar{i}_{R5} + \frac{d\bar{\varphi}_{R5}}{dt} \quad (2.114)$$

I flussi concatenati con gli avvolgimenti sono costituiti da due contributi, il primo dovuto al flusso disperso nelle cave ed in testata, il secondo dovuto al flusso al traferro, per cui:

$$\varphi_{Sk} = \varphi_{Sdk} + \varphi_{STk} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.115)$$

$$\varphi_{Rk} = \varphi_{Rdk} + \varphi_{RTk} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.116)$$

dove $\varphi_{(S/R)dk}$ rappresenta il flusso disperso concatenato con la k-esima fase di statore/rotore e $\varphi_{(S/R)Tk}$ rappresenta il flusso al traferro concatenato con la k-esima fase di statore/rotore.

Definendo le seguenti componenti omopolari e vettori di spazio multipli relative ai flussi concatenati dispersi:

$$\varphi_{Sd0} = \frac{2}{7} [\varphi_{Sd1} + \varphi_{Sd2} + \varphi_{Sd3} + \varphi_{Sd4} + \varphi_{Sd5} + \varphi_{Sd6} + \varphi_{Sd7}] \quad (2.117)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd1} = \frac{2}{7} [\varphi_{Sd1} + \varphi_{Sd2}\bar{\alpha} + \varphi_{Sd3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{Sd4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Sd5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{Sd6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Sd7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.118)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd3} = \frac{2}{7} [\varphi_{Sd1} + \varphi_{Sd2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Sd3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{Sd4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{Sd5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Sd6}\bar{\alpha} + \varphi_{Sd7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.119)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd5} = \frac{2}{7} [\varphi_{Sd1} + \varphi_{Sd2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Sd3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Sd4}\bar{\alpha} + \varphi_{Sd5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{Sd6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{Sd7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.120)$$

$$\varphi_{Rd0} = \frac{2}{7} [\varphi_{Rd1} + \varphi_{Rd2} + \varphi_{Rd3} + \varphi_{Rd4} + \varphi_{Rd5} + \varphi_{Rd6} + \varphi_{Rd7}] \quad (2.121)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd1} = \frac{2}{7} [\varphi_{Rd1} + \varphi_{Rd2}\bar{\alpha} + \varphi_{Rd3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{Rd4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Rd5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{Rd6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Rd7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.122)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd3} = \frac{2}{7} [\varphi_{Rd1} + \varphi_{Rd2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Rd3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{Rd4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{Rd5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Rd6}\bar{\alpha} + \varphi_{Rd7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.123)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd5} = \frac{2}{7} [\varphi_{Rd1} + \varphi_{Rd2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{Rd3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{Rd4}\bar{\alpha} + \varphi_{Rd5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{Rd6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{Rd7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.124)$$

definendo le seguenti componenti omopolari e vettori di spazio multipli relative ai flussi concatenati dovuti al campo al traferro:

$$\varphi_{ST0} = \frac{2}{7} [\varphi_{ST1} + \varphi_{ST2} + \varphi_{ST3} + \varphi_{ST4} + \varphi_{ST5} + \varphi_{ST6} + \varphi_{ST7}] \quad (2.125)$$

$$\bar{\varphi}_{ST1} = \frac{2}{7} [\varphi_{ST1} + \varphi_{ST2}\bar{\alpha} + \varphi_{ST3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{ST4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{ST5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{ST6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{ST7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.126)$$

$$\bar{\varphi}_{ST3} = \frac{2}{7} [\varphi_{ST1} + \varphi_{ST2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{ST3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{ST4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{ST5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{ST6}\bar{\alpha} + \varphi_{ST7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.127)$$

$$\bar{\varphi}_{ST5} = \frac{2}{7} [\varphi_{ST1} + \varphi_{ST2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{ST3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{ST4}\bar{\alpha} + \varphi_{ST5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{ST6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{ST7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.128)$$

$$\varphi_{RT0} = \frac{2}{7} [\varphi_{RT1} + \varphi_{RT2} + \varphi_{RT3} + \varphi_{RT4} + \varphi_{RT5} + \varphi_{RT6} + \varphi_{RT7}] \quad (2.129)$$

$$\bar{\varphi}_{RT1} = \frac{2}{7} [\varphi_{RT1} + \varphi_{RT2}\bar{\alpha} + \varphi_{RT3}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{RT4}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{RT5}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{RT6}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{RT7}\bar{\alpha}^6] \quad (2.130)$$

$$\bar{\varphi}_{RT3} = \frac{2}{7} [\varphi_{RT1} + \varphi_{RT2}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{RT3}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{RT4}\bar{\alpha}^2 + \varphi_{RT5}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{RT6}\bar{\alpha} + \varphi_{RT7}\bar{\alpha}^4] \quad (2.131)$$

$$\bar{\varphi}_{RT5} = \frac{2}{7} [\varphi_{RT1} + \varphi_{RT2}\bar{\alpha}^5 + \varphi_{RT3}\bar{\alpha}^3 + \varphi_{RT4}\bar{\alpha} + \varphi_{RT5}\bar{\alpha}^6 + \varphi_{RT6}\bar{\alpha}^4 + \varphi_{RT7}\bar{\alpha}^2] \quad (2.132)$$

e sostituendo le (2.115) nelle (2.90), (2.91), (2.92), (2.93), tenendo conto delle (2.117), (2.118), (2.119), (2.120) e (2.125), (2.126), (2.127), (2.128), si ottiene:

$$\varphi_{S0} = \varphi_{Sd0} + \varphi_{ST0} \quad (2.133)$$

$$\bar{\varphi}_{S1} = \bar{\varphi}_{Sd1} + \bar{\varphi}_{ST1} \quad (2.134)$$

$$\bar{\varphi}_{S3} = \bar{\varphi}_{Sd3} + \bar{\varphi}_{ST3} \quad (2.135)$$

$$\bar{\varphi}_{S5} = \bar{\varphi}_{Sd5} + \bar{\varphi}_{ST5} \quad (2.136)$$

Sostituendo le (2.116) nelle (2.107), (2.108), (2.109), (2.110), tenendo conto delle (2.121), (2.122), (2.123), (2.124) e (2.129), (2.130), (2.131), (2.132), si ottiene:

$$\varphi_{R0} = \varphi_{Rd0} + \varphi_{RT0} \quad (2.137)$$

$$\bar{\varphi}_{R1} = \bar{\varphi}_{Rd1} + \bar{\varphi}_{RT1} \quad (2.138)$$

$$\bar{\varphi}_{R3} = \bar{\varphi}_{Rd3} + \bar{\varphi}_{RT3} \quad (2.139)$$

$$\bar{\varphi}_{R5} = \bar{\varphi}_{Rd5} + \bar{\varphi}_{RT5} \quad (2.140)$$

Avendo trascurato l'accoppiamento magnetico tra le fasi dovuto ai flussi dispersi, i flussi dispersi possono essere calcolati mediante le seguenti espressioni:

$$\varphi_{Sdk} = L_{Sd} i_{Sk} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.141)$$

$$\varphi_{Rdk} = L_{Rd} i_{Rk} \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (2.142)$$

dove L_{Sd} è l'induttanza di dispersione di statore e L_{Rd} è l'induttanza di dispersione di rotore, due parametri fondamentali di macchina.

Sostituendo ora le (2.141) nelle (2.117), (2.118), (2.119) e (2.120), tenendo conto delle (2.86), (2.87), (2.88) e (2.89), si ottiene:

$$\varphi_{Sd0} = L_{Sd} i_{S0} \quad (2.143)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd1} = L_{Sd} \bar{i}_{S1} \quad (2.144)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd3} = L_{Sd} \bar{i}_{S3} \quad (2.145)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd5} = L_{Sd} \bar{i}_{S5} \quad (2.146)$$

Sostituendo ora le (2.142) nelle (2.121), (2.122), (2.123) e (2.124), tenendo conto delle (2.103), (2.104), (2.105) e (2.106), si ottiene:

$$\varphi_{Rd0} = L_{Rd} i_{R0} \quad (2.147)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd1} = L_{Rd} \bar{i}_{R1} \quad (2.148)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd3} = L_{Rd} \bar{i}_{R3} \quad (2.149)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd5} = L_{Rd} \bar{i}_{R5} \quad (2.150)$$

Si procede quindi al calcolo del campo magnetico prodotto al traferro dai quattordici avvolgimenti di macchina, in modo da poter poi valutare i flussi concatenati.

Il campo al traferro prodotto dalle correnti di statore è:

$$h_S(\theta_S, t) = \sum_{k=1}^7 h_{Sk}(\theta_S, t) \quad (2.151)$$

Tenendo conto della (2.62) e della disposizione dei sette avvolgimenti di statore, descritta dalla (2.79), ed inserendo tali relazioni nella (2.151), si ottiene:

$$h_S(\theta_S, t) = \sum_{k=1}^7 \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_S K_{aS\rho} i_{Sk}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[e^{-j\rho\theta_S} e^{j\rho \frac{2\pi(k-1)}{7}} \right] \quad (2.152)$$

$$h_S(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_S K_{aS\rho}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[\left(i_{S1} + i_{S2} e^{j\rho \frac{2\pi}{7}} + i_{S3} e^{j\rho \frac{4\pi}{7}} + \right. \right. \\ \left. \left. + i_{S4} e^{j\rho \frac{6\pi}{7}} + i_{S5} e^{j\rho \frac{8\pi}{7}} + i_{S6} e^{j\rho \frac{10\pi}{7}} + i_{S7} e^{j\rho \frac{12\pi}{7}} \right) e^{-j\rho\theta_S} \right] \quad (2.153)$$

Sapendo che, nei sistemi a sette fasi, il coefficiente utilizzato nelle trasformazioni ai vettori di spazio multipli è definito dalla (2.21), si ottiene:

$$h_S(\theta_S, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_S K_{aS\rho}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[(i_{S1} + i_{S2} \bar{\alpha}^\rho + i_{S3} \bar{\alpha}^{2\rho} + \right. \\ \left. + i_{S4} \bar{\alpha}^{3\rho} + i_{S5} \bar{\alpha}^{4\rho} + i_{S6} \bar{\alpha}^{5\rho} + i_{S7} \bar{\alpha}^{6\rho}) e^{-j\rho\theta_S} \right] = \\ = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{7N_S K_{aS\rho}}{2\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[\frac{2}{7} (i_{S1} + i_{S2} \bar{\alpha}^\rho + i_{S3} \bar{\alpha}^{2\rho} + \right. \\ \left. + i_{S4} \bar{\alpha}^{3\rho} + i_{S5} \bar{\alpha}^{4\rho} + i_{S6} \bar{\alpha}^{5\rho} + i_{S7} \bar{\alpha}^{6\rho}) e^{-j\rho\theta_S} \right] \quad (2.154)$$

$$\begin{aligned}
h_S(\theta_S, t) = & \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \Re [\bar{i}_{S1} e^{-j\theta_S}] + \\
& - \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \Re [\bar{i}_{S3} e^{-j3\theta_S}] + \\
& + \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \Re [\bar{i}_{S5} e^{-j5\theta_S}]
\end{aligned} \tag{2.155}$$

Dalla relazione (2.155) è possibile osservare che il comportamento del campo magnetico al traferro prodotto dalle correnti di statore è descritto in modo completo dai vettori di spazio delle correnti di statore stesse. La corrente omopolare delle correnti non fornisce alcun contributo al campo magnetico al traferro. Tale relazione ha inoltre validità in regime arbitrario, essendo stata descritta utilizzando i vettori di spazio.

La relazione (2.155) può essere espressa come segue:

$$h_S(\theta_S, t) = \Re [\bar{h}_{S1} e^{-j\theta_S}] - \Re [\bar{h}_{S3} e^{-j3\theta_S}] + \Re [\bar{h}_{S5} e^{-j5\theta_S}] \tag{2.156}$$

Confrontando la relazione (2.156) con la (2.155) si ottiene:

$$\bar{h}_{S1} = \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} \tag{2.157}$$

$$\bar{h}_{S3} = \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} \tag{2.158}$$

$$\bar{h}_{S5} = \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} \tag{2.159}$$

Le relazioni (2.157), (2.158), (2.159) evidenziano il legame di proporzionalità presente tra i vettori di spazio che descrivono la dinamica delle armoniche di campo al traferro prodotto dalle correnti di statore ed i vettori di spazio corrispondenti che descrivono la dinamica delle correnti stesse.

Allo stesso modo è possibile studiare il campo al traferro prodotto dalle correnti di rotore:

$$h_R(\theta_R, t) = \sum_{k=1}^7 h_{Rk}(\theta_R, t) \tag{2.160}$$

Tenendo conto della (2.66) e della disposizione dei sette avvolgimenti di statore, descritta dalla (2.80), e inserendo tali relazioni nella (2.160), si ottiene:

$$h_R(\theta_R, t) = \sum_{k=1}^7 \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_R K_{aR\rho} i_{Rk}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[e^{-j\rho\theta_R} e^{j\rho \frac{2\pi(k-1)}{7}} \right] \quad (2.161)$$

$$h_R(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_R K_{aR\rho}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[\left(i_{R1} + i_{R2} e^{j\rho \frac{2\pi}{7}} + i_{R3} e^{j\rho \frac{4\pi}{7}} + \right. \right. \\ \left. \left. + i_{R4} e^{j\rho \frac{6\pi}{7}} + i_{R5} e^{j\rho \frac{8\pi}{7}} + i_{R6} e^{j\rho \frac{10\pi}{7}} + i_{R7} e^{j\rho \frac{12\pi}{7}} \right) e^{-j\rho\theta_R} \right] \quad (2.162)$$

Tenendo conto della (2.21) si ha:

$$h_R(\theta_R, t) = \sum_{\rho=1,3,5} \frac{N_R K_{aR\rho}}{\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[(i_{R1} + i_{R2} \bar{\alpha}^\rho + i_{R3} \bar{\alpha}^{2\rho} + \right. \\ \left. + i_{R4} \bar{\alpha}^{3\rho} + i_{R5} \bar{\alpha}^{4\rho} + i_{R6} \bar{\alpha}^{5\rho} + i_{R7} \bar{\alpha}^{6\rho}) e^{-j\rho\theta_R} \right] = \quad (2.163)$$

$$= \sum_{\rho=1,3,5} \frac{7N_R K_{aR\rho}}{2\pi p \delta \rho} (-1)^{\frac{\rho-1}{2}} \Re \left[\frac{2}{7} (i_{R1} + i_{R2} \bar{\alpha}^\rho + i_{R3} \bar{\alpha}^{2\rho} + \right. \\ \left. + i_{R4} \bar{\alpha}^{3\rho} + i_{R5} \bar{\alpha}^{4\rho} + i_{R6} \bar{\alpha}^{5\rho} + i_{R7} \bar{\alpha}^{6\rho}) e^{-j\rho\theta_R} \right]$$

$$h_R(\theta_R, t) = \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \Re \left[\bar{i}_{R1} e^{-j\theta_R} \right] + \\ - \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \Re \left[\bar{i}_{R3} e^{-j3\theta_R} \right] + \\ + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \Re \left[\bar{i}_{R5} e^{-j5\theta_R} \right] \quad (2.164)$$

Dalla relazione (2.164) è possibile osservare che il comportamento del campo magnetico al traferro prodotto dalle correnti di rotore è descritto in modo completo dai vettori di spazio delle correnti di rotore stesse. La corrente omopolare delle correnti non fornisce alcun contributo al campo magnetico al

traferro. Tale relazione ha inoltre validità in regime arbitrario, essendo stata descritta utilizzando i vettori di spazio.

La relazione (2.164) può essere espressa come segue:

$$h_R(\theta_R, t) = \Re [\bar{h}_{R1} e^{-j\theta_R}] - \Re [\bar{h}_{R3} e^{-j3\theta_R}] + \Re [\bar{h}_{R5} e^{-j5\theta_R}] \quad (2.165)$$

Confrontando la relazione (2.165) con la (2.164) si ottiene:

$$\bar{h}_{R1} = \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} \quad (2.166)$$

$$\bar{h}_{R3} = \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} \quad (2.167)$$

$$\bar{h}_{R5} = \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} \quad (2.168)$$

Le relazioni (2.166), (2.167), (2.168) evidenziano il legame di proporzionalità presente tra i vettori di spazio che descrivono la dinamica delle armoniche di campo al traferro prodotto dalle correnti di rotore ed i vettori di spazio corrispondenti che descrivono la dinamica delle correnti stesse.

Il campo totale al traferro è dato dalla somma dei due campi prodotti dalle correnti di statore e dalle correnti di rotore, somma che deve essere effettuata nello stesso sistema di riferimento, pertanto, riferendosi a statore:

$$h_T(\theta_S, t) = h_S(\theta_S, t) + h_R(\theta_S, t) \quad (2.169)$$

Sommando quindi la (2.155) e la (2.164), riportata nel riferimento di statore, si ottiene:

$$\begin{aligned} h_T(\theta_S, t) = \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \right) e^{-j\theta_S} \right] + \\ - \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \right) e^{-j3\theta_S} \right] + \\ + \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \right) e^{-j5\theta_S} \right] \end{aligned} \quad (2.170)$$

Confrontando ora la (2.170) con l'espressione generale (2.68), si ottengono le relazioni (2.171), (2.172) e (2.173).

$$\bar{h}_{T1}^S = \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.171)$$

$$\bar{h}_{T3}^S = \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \quad (2.172)$$

$$\bar{h}_{T5}^S = \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \quad (2.173)$$

La (2.171) rappresenta il vettore di spazio della prima armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di statore.

La (2.172) rappresenta il vettore di spazio della terza armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di statore.

La (2.173) rappresenta il vettore di spazio della quinta armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di statore.

Nel riferimento di rotore si ha:

$$h_T(\theta_R, t) = h_S(\theta_R, t) + h_R(\theta_R, t) \quad (2.174)$$

Sommando quindi la (2.164) e la (2.155), riportata nel riferimento di rotore, si ottiene:

$$\begin{aligned} h_T(\theta_R, t) = \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} \right) e^{-j\theta_R} \right] + \\ - \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} e^{-j3\theta} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} \right) e^{-j3\theta_R} \right] + \\ + \Re \left[\left(\frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} e^{-j5\theta} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} \right) e^{-j5\theta_R} \right] \end{aligned} \quad (2.175)$$

Confrontando ora la (2.175) con l'espressione generale (2.72), si ottengono le relazioni (2.176), (2.177) e (2.178).

$$\bar{h}_{T1}^R = \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} \quad (2.176)$$

$$\bar{h}_{T3}^R = \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} e^{-j3\theta} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} \quad (2.177)$$

$$\bar{h}_{T5}^R = \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} e^{-j5\theta} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} \quad (2.178)$$

La (2.176) rappresenta il vettore di spazio della prima armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di rotore.

La (2.177) rappresenta il vettore di spazio della terza armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di rotore.

La (2.178) rappresenta il vettore di spazio della quinta armonica di campo totale al traferro prodotto dalle correnti di statore e rotore, visto dal riferimento di rotore.

Si desidera ora valutare il flusso concatenato con i sette avvolgimenti di statore, dovuto al campo magnetico al traferro.

Inserendo le (2.76) nelle trasformazioni (2.125), (2.126), (2.127) e (2.128), tenendo conto della disposizione degli avvolgimenti statorici, descritta dalla (2.79), si ottiene:

$$\varphi_{ST0} = 0 \quad (2.179)$$

$$\bar{\varphi}_{ST1} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS1}}{\pi} \bar{h}_{T1}^S \quad (2.180)$$

$$\bar{\varphi}_{ST3} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS3}}{3\pi} \bar{h}_{T3}^S \quad (2.181)$$

$$\bar{\varphi}_{ST5} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS5}}{5\pi} \bar{h}_{T5}^S \quad (2.182)$$

La (2.179) evidenzia come la componente omopolare dei flussi concatenati con gli avvolgimenti di statore, dovuti al campo al traferro, sia nulla.

Le relazioni (2.180), (2.181) e (2.182) mostrano invece come i vettori di spazio dei flussi concatenati con gli avvolgimenti di statore, dovuti al campo al traferro, siano proporzionali ai corrispondenti vettori di spazio del campo magnetico al traferro.

Si desidera ora valutare il flusso concatenato con i sette avvolgimenti di rotore, dovuto al campo magnetico al traferro.

Inserendo le (2.78) nelle trasformazioni (2.129), (2.130), (2.131) e (2.132), tenendo conto della disposizione degli avvolgimenti rotorici, descritta dalla (2.80), si ottiene:

$$\varphi_{RT0} = 0 \quad (2.183)$$

$$\bar{\varphi}_{RT1} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR1}}{\pi} \bar{h}_{T1}^R \quad (2.184)$$

$$\bar{\varphi}_{RT3} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR3}}{3\pi} \bar{h}_{T3}^R \quad (2.185)$$

$$\bar{\varphi}_{RT5} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR5}}{5\pi} \bar{h}_{T5}^R \quad (2.186)$$

La (2.183) evidenzia come la componente omopolare dei flussi concatenati con gli avvolgimenti di rotore, dovuti al campo al traferro, sia nulla.

Le relazioni (2.184), (2.185) e (2.186) mostrano invece come i vettori di spazio dei flussi concatenati con gli avvolgimenti di rotore, dovuti al campo al traferro, siano proporzionali ai corrispondenti vettori di spazio del campo magnetico al traferro.

A questo punto, il modello matematico ai valori istantanei della macchina asincrona a sette fasi è completo. Vengono quindi di seguito riassunte le equazioni di macchina.

Equazioni omopolari

Statore

$$v_{S0} = R_S i_{S0} + \frac{d\varphi_{S0}}{dt} \quad (2.187)$$

$$\varphi_{S0} = \varphi_{Sd0} + \varphi_{ST0} \quad (2.188)$$

$$\varphi_{Sd0} = L_{Sd} i_{S0} \quad (2.189)$$

$$\varphi_{ST0} = 0 \quad (2.190)$$

Rotore

$$v_{R0} = R_R i_{R0} + \frac{d\varphi_{R0}}{dt} \quad (2.191)$$

$$\varphi_{R0} = \varphi_{Rd0} + \varphi_{RT0} \quad (2.192)$$

$$\varphi_{Rd0} = L_{Rd} i_{R0} \quad (2.193)$$

$$\varphi_{RT0} = 0 \quad (2.194)$$

Le equazioni omopolari di statore (2.187), (2.188), (2.189) e (2.190) sono indipendenti dalle equazioni omopolari di rotore (2.191), (2.192), (2.193) e (2.194), pertanto la macchina omopolare è scomponibile in due macchine omopolari distinte, una di statore ed una di rotore, indipendenti tra loro.

Equazioni complesse

Osservando che i vettori di spazio multipli delle grandezze di macchina danno luogo ad equazioni indipendenti tra loro, è possibile suddividere le equazioni complesse di statore e rotore ottenute finora. Si ottengono in questo modo le equazioni complesse di spazio 1, 3 e 5 della macchina asincrona a sette fasi:

Spazio 1: Statore

$$\bar{v}_{S1} = R_S \bar{i}_{S1} + \frac{d\bar{\varphi}_{S1}}{dt} \quad (2.195)$$

$$\bar{\varphi}_{S1} = \bar{\varphi}_{Sd1} + \bar{\varphi}_{ST1} \quad (2.196)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd1} = L_{Sd} \bar{i}_{S1} \quad (2.197)$$

$$\bar{\varphi}_{ST1} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS1}}{\pi} \bar{h}_{T1}^S \quad (2.198)$$

$$\bar{h}_{T1}^S = \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.199)$$

Spazio 1: Rotore

$$\bar{v}_{R1} = R_R \bar{i}_{R1} + \frac{d\bar{\varphi}_{R1}}{dt} \quad (2.200)$$

$$\bar{\varphi}_{R1} = \bar{\varphi}_{Rd1} + \bar{\varphi}_{RT1} \quad (2.201)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd1} = L_{Rd} \bar{i}_{R1} \quad (2.202)$$

$$\bar{\varphi}_{RT1} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR1}}{\pi} \bar{h}_{T1}^R \quad (2.203)$$

$$\bar{h}_{T1}^R = \frac{7N_S K_{aS1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + \frac{7N_R K_{aR1}}{2\pi p \delta} \bar{i}_{R1} \quad (2.204)$$

Spazio 3: Statore

$$\bar{v}_{S3} = R_S \bar{i}_{S3} + \frac{d\bar{\varphi}_{S3}}{dt} \quad (2.205)$$

$$\bar{\varphi}_{S3} = \bar{\varphi}_{Sd3} + \bar{\varphi}_{ST3} \quad (2.206)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd3} = L_{Sd} \bar{i}_{S3} \quad (2.207)$$

$$\bar{\varphi}_{ST3} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS3}}{3\pi} \bar{h}_{T3}^S \quad (2.208)$$

$$\bar{h}_{T3}^S = \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \quad (2.209)$$

Spazio 3: Rotore

$$\bar{v}_{R3} = R_R \bar{i}_{R3} + \frac{d\bar{\varphi}_{R3}}{dt} \quad (2.210)$$

$$\bar{\varphi}_{R3} = \bar{\varphi}_{Rd3} + \bar{\varphi}_{RT3} \quad (2.211)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd3} = L_{Rd} \bar{i}_{R3} \quad (2.212)$$

$$\bar{\varphi}_{RT3} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR3}}{3\pi} \bar{h}_{T3}^R \quad (2.213)$$

$$\bar{h}_{T3}^R = \frac{7N_S K_{aS3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{S3} e^{-j3\theta} + \frac{7N_R K_{aR3}}{6\pi p \delta} \bar{i}_{R3} \quad (2.214)$$

Spazio 5: Statore

$$\bar{v}_{S5} = R_S \bar{i}_{S5} + \frac{d\bar{\varphi}_{S5}}{dt} \quad (2.215)$$

$$\bar{\varphi}_{S5} = \bar{\varphi}_{Sd5} + \bar{\varphi}_{ST5} \quad (2.216)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd5} = L_{Sd} \bar{i}_{S5} \quad (2.217)$$

$$\bar{\varphi}_{ST5} = \frac{L \mu_0 \tau N_S K_{aS5}}{5\pi} \bar{h}_{T5}^S \quad (2.218)$$

$$\bar{h}_{T5}^S = \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \quad (2.219)$$

Spazio 5: Rotore

$$\bar{v}_{R5} = R_R \bar{i}_{R5} + \frac{d\bar{\varphi}_{R5}}{dt} \quad (2.220)$$

$$\bar{\varphi}_{R5} = \bar{\varphi}_{Rd5} + \bar{\varphi}_{RT5} \quad (2.221)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd5} = L_{Rd} \bar{i}_{R5} \quad (2.222)$$

$$\bar{\varphi}_{RT5} = \frac{L \mu_0 \tau N_R K_{aR5}}{5\pi} \bar{h}_{T5}^R \quad (2.223)$$

$$\bar{h}_{T5}^R = \frac{7N_S K_{aS5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{S5} e^{-j5\theta} + \frac{7N_R K_{aR5}}{10\pi p \delta} \bar{i}_{R5} \quad (2.224)$$

Non c'è alcuna interazione tra equazioni omopolari ed equazioni complesse, inoltre tali sistemi di equazioni sono totalmente indipendenti tra loro.

La macchina asincrona a sette fasi risulta quindi scomposta in una macchina omopolare e in tre macchine complesse.

2.3.4 Equazioni omopolari

Consideriamo le equazioni omopolari di statore della macchina asincrona a sette fasi (2.187), (2.188), (2.189) e (2.190).

Inserendo le (2.189) e (2.190) nella (2.188), si ha:

$$v_{S0} = R_S i_{S0} + \frac{d\varphi_{S0}}{dt} \quad (2.225)$$

$$\varphi_{S0} = L_{Sd} i_{S0} \quad (2.226)$$

Inserendo ora la (2.226) nella (2.225), si ottiene:

$$v_{S0} = R_S i_{S0} + L_{Sd} \frac{d i_{S0}}{dt} \quad (2.227)$$

Considerando le equazioni omopolari di rotore della macchina asincrona a sette fasi (2.191), (2.192), (2.193) e (2.194) è possibile ottenere una relazione analoga:

$$v_{R0} = R_R i_{R0} + L_{Rd} \frac{d i_{R0}}{dt} \quad (2.228)$$

Le relazioni (2.227) e (2.228) rappresentano la forma più compatta per le equazioni omopolari della macchina asincrona a sette fasi.

Dato che, a meno di esigenze particolari, gli avvolgimenti della macchina asincrona a sette fasi sono collegati a stella, si ha:

$$i_{(S/R)1} + i_{(S/R)2} + i_{(S/R)3} + i_{(S/R)4} + i_{(S/R)5} + i_{(S/R)6} + i_{(S/R)7} = 0 \quad (2.229)$$

Di conseguenza la componente omopolare di tali correnti sarà nulla:

$$i_{(S/R)0} = 0 \quad (2.230)$$

Perciò, inserendo tale risultato nelle relazioni (2.227) e (2.228), si ottiene:

$$v_{(S/R)0} = 0 \quad (2.231)$$

Le componenti omopolari delle tensioni e delle correnti di statore e rotore sono nulle in condizioni operative arbitrarie.

Per tale motivo, nella modellizzazione della macchina asincrona a sette fasi, si pone attenzione esclusivamente alle equazioni complesse.

2.3.5 Equazioni complesse

Consideriamo le equazioni complesse di spazio 1 della macchina asincrona a sette fasi (2.195), (2.196), (2.197), (2.198), (2.199), (2.200), (2.201), (2.202), (2.203) e (2.204).

Compattando le (2.198), (2.199), (2.203) e (2.204) si ottiene:

$$\bar{\varphi}_{ST1} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS1}^2}{2\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S1} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS1} K_{aR1}}{2\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.232)$$

$$\bar{\varphi}_{RT1} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS1} K_{aR1}}{2\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR1}^2}{2\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R1} \quad (2.233)$$

dove è possibile definire l'induttanza di statore correlata alla prima armonica dei campi al traferro L_{SS1} , l'induttanza di rotore correlata alla prima armonica dei campi al traferro L_{RR1} e l'induttanza mutua di spazio 1 di macchina M_1 :

$$L_{SS1} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS1}^2}{2\pi^2 \delta p} \quad (2.234)$$

$$L_{RR1} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR1}^2}{2\pi^2 \delta p} \quad (2.235)$$

$$M_1 = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS1} K_{aR1}}{2\pi^2 \delta p} \quad (2.236)$$

Tali definizioni permettono di scrivere le equazioni complesse di spazio 1 (2.195), (2.196), (2.197), (2.198) e (2.199) come:

$$\bar{v}_{S1} = R_S \bar{i}_{S1} + \frac{d\bar{\varphi}_{S1}}{dt} \quad (2.237)$$

$$\bar{\varphi}_{S1} = \bar{\varphi}_{Sd1} + \bar{\varphi}_{ST1} \quad (2.238)$$

$$\bar{\varphi}_{Sd1} = L_{Sd} \bar{i}_{S1} \quad (2.239)$$

$$\bar{\varphi}_{ST1} = L_{SS1} \bar{i}_{S1} + M_1 \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.240)$$

e le (2.200), (2.201), (2.202), (2.203) e (2.204) come:

$$\bar{v}_{R1} = R_R \bar{i}_{R1} + \frac{d\bar{\varphi}_{R1}}{dt} \quad (2.241)$$

$$\bar{\varphi}_{R1} = \bar{\varphi}_{Rd1} + \bar{\varphi}_{RT1} \quad (2.242)$$

$$\bar{\varphi}_{Rd1} = L_{Rd} \bar{i}_{R1} \quad (2.243)$$

$$\bar{\varphi}_{RT1} = M_1 \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + L_{RR1} \bar{i}_{R1} \quad (2.244)$$

Sostituendo ora le espressioni dei flussi dispersi ed al traferro nelle espressioni dei flussi totali si giunge alla forma finale delle equazioni elettriche di spazio 1 della macchina:

$$\bar{v}_{S1} = R_S \bar{i}_{S1} + \frac{d\bar{\varphi}_{S1}}{dt} \quad (2.245)$$

$$\bar{\varphi}_{S1} = L_{S1} \bar{i}_{S1} + M_1 \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.246)$$

dove:

$$L_{S1} = L_{Sd} + L_{SS1} \quad (2.247)$$

$$\bar{v}_{R1} = R_R \bar{i}_{R1} + \frac{d\bar{\varphi}_{R1}}{dt} \quad (2.248)$$

$$\bar{\varphi}_{R1} = M_1 \bar{i}_{S1} e^{-j\theta} + L_{R1} \bar{i}_{R1} \quad (2.249)$$

dove:

$$L_{R1} = L_{Rd} + L_{RR1} \quad (2.250)$$

Ripetendo lo stesso procedimento per lo spazio 3, ovvero considerando le equazioni (2.205), (2.206), (2.207), (2.208), (2.209), (2.210), (2.211), (2.212) (2.213) e (2.214), si ottiene:

$$\bar{\varphi}_{ST3} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS3}^2}{18\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S3} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS3} K_{aR3}}{18\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \quad (2.251)$$

$$\bar{\varphi}_{RT3} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS3} K_{aR3}}{18\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S3} e^{-j3\theta} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR3}^2}{18\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R3} \quad (2.252)$$

dove è possibile definire l'induttanza di statore correlata alla terza armonica dei campi al traferro L_{SS3} , l'induttanza di rotore correlata alla terza armonica dei campi al traferro L_{RR3} e l'induttanza mutua di spazio 3 di macchina M_3 :

$$L_{SS3} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS3}^2}{18\pi^2 \delta p} \quad (2.253)$$

$$L_{RR3} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR3}^2}{18\pi^2 \delta p} \quad (2.254)$$

$$M_3 = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS3} K_{aR3}}{18\pi^2 \delta p} \quad (2.255)$$

Definendo ora:

$$L_{S3} = L_{Sd} + L_{SS3} \quad (2.256)$$

$$L_{R3} = L_{Rd} + L_{RR3} \quad (2.257)$$

si giunge alla forma finale delle equazioni elettriche di spazio 3 della macchina:

$$\bar{v}_{S3} = R_S \bar{i}_{S3} + \frac{d\bar{\varphi}_{S3}}{dt} \quad (2.258)$$

$$\bar{\varphi}_{S3} = L_{S3} \bar{i}_{S3} + M_3 \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \quad (2.259)$$

$$\bar{v}_{R3} = R_R \bar{i}_{R3} + \frac{d\bar{\varphi}_{R3}}{dt} \quad (2.260)$$

$$\bar{\varphi}_{R3} = M_3 \bar{i}_{S1} e^{-j3\theta} + L_{R3} \bar{i}_{R3} \quad (2.261)$$

Ripetendo infine lo stesso procedimento per lo spazio 5, ovvero considerando le equazioni (2.215), (2.216), (2.217), (2.218), (2.219), (2.220), (2.221), (2.222), (2.223) e (2.224), si ottiene:

$$\bar{\varphi}_{ST5} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS5}^2}{50\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S5} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS5} K_{aR5}}{5\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \quad (2.262)$$

$$\bar{\varphi}_{RT5} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS5} K_{aR5}}{50\pi^2 \delta p} \bar{i}_{S5} e^{-j5\theta} + \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR5}^2}{50\pi^2 \delta p} \bar{i}_{R5} \quad (2.263)$$

dove è possibile definire l'induttanza di statore correlata alla quinta armonica dei campi al traferro L_{SS5} , l'induttanza di rotore correlata alla quinta armonica dei campi al traferro L_{RR5} e l'induttanza mutua di spazio 5 di macchina M_5 :

$$L_{SS5} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S^2 K_{aS5}^2}{50\pi^2 \delta p} \quad (2.264)$$

$$L_{RR5} = \frac{7 L \mu_0 \tau N_R^2 K_{aR5}^2}{50\pi^2 \delta p} \quad (2.265)$$

$$M_5 = \frac{7 L \mu_0 \tau N_S N_R K_{aS5} K_{aR5}}{50\pi^2 \delta p} \quad (2.266)$$

Definendo ora:

$$L_{S5} = L_{Sd} + L_{SS5} \quad (2.267)$$

$$L_{R5} = L_{Rd} + L_{RR5} \quad (2.268)$$

si giunge alla forma finale delle equazioni elettriche di spazio 5 della macchina:

$$\bar{v}_{S5} = R_S \bar{i}_{S5} + \frac{d\bar{\varphi}_{S5}}{dt} \quad (2.269)$$

$$\bar{\varphi}_{S5} = L_{S5} \bar{i}_{S5} + M_5 \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \quad (2.270)$$

$$\bar{v}_{R5} = R_R \bar{i}_{R5} + \frac{d\bar{\varphi}_{R5}}{dt} \quad (2.271)$$

$$\bar{\varphi}_{R5} = M_5 \bar{i}_{S5} e^{-j5\theta} + L_{R5} \bar{i}_{R5} \quad (2.272)$$

2.3.6 Coppia elettromagnetica

L'espressione generale per il calcolo della coppia nelle macchine elettriche rotanti è la seguente:

$$c_{em} = \left. \frac{\partial W'_m(i_k, \theta_m)}{\partial \theta_m} \right|_{i = cost} \quad (2.273)$$

dove W'_m è la coenergia magnetica e i_k rappresenta tutte le correnti di macchina.

Trascurando il fenomeno della saturazione magnetica, la coenergia magnetica coincide con l'energia magnetica, pertanto:

$$c_{em} = \frac{\partial W_m(i_k, \theta_m)}{\partial \theta_m} \quad (2.274)$$

dove W_m è l'energia magnetica.

L'angolo θ_m rappresenta la posizione angolare del rotore rispetto allo statore in radianti meccanici. Volendo esprimere tale angolo in radianti elettrici (2.275), si ottiene:

$$\theta = p \theta_m \quad (2.275)$$

$$c_{em} = p \frac{\partial W_m(i_k, \theta_m)}{\partial \theta} \quad (2.276)$$

Dato che il campo magnetico in una macchina può essere suddiviso in campo magnetico al traferro e campo magnetico dei flussi dispersi, avendo per ipotesi trascurato l'accoppiamento tra le fasi relativo ai flussi dispersi, il flusso concatenato con l'avvolgimento k -esimo dovuto al flusso disperso $\varphi_{(S/R)kd}$ può dipendere soltanto dalla corrente della fase k secondo la relazione:

$$\varphi_{(S/R)kd} = L_{(S/R)d} i_{(S/R)k} \quad (2.277)$$

dove $L_{(S/R)d}$ è l'induttanza di dispersione di statore/rotore.

Di conseguenza l'energia magnetica associata al flusso disperso della fase k di statore/rotore risulta:

$$W_{md(S/R)k} = \frac{1}{2} L_{(S/R)d} i_{(S/R)k}^2 \quad (2.278)$$

L'energia magnetica associata ai flussi dispersi risulta quindi:

$$W_{md} = \frac{1}{2} L_{Sd} \sum_{k=1}^7 i_{Sk}^2 + \frac{1}{2} L_{Rd} \sum_{k=1}^7 i_{Rk}^2 \quad (2.279)$$

L'energia magnetica associata ai flussi dispersi non dipende perciò dall'angolo θ . Consideriamo l'energia magnetica totale W_m :

$$W_m = W_{md} + W_{mT} \quad (2.280)$$

dove W_{mT} è l'energia magnetica associata al campo magnetico al traferro.

Applicando ora la (2.276) si ottiene:

$$c_{em} = p \frac{\partial (W_{md} + W_{mT})}{\partial \theta} = p \frac{\cancel{\partial W_{md}}}{\cancel{\partial \theta}} + p \frac{\partial W_{mT}}{\partial \theta} \quad (2.281)$$

$$c_{em} = p \frac{\partial W_{mT}(i_k, \theta_m)}{\partial \theta} \quad (2.282)$$

Derivata a correnti di statore e rotore costanti implica eseguire una derivata a campi magnetici, prodotti da statore e rotore, costanti, ma nei rispettivi sistemi di riferimento, perciò mantenere le correnti di rotore costanti implica avere campo di rotore costante nel riferimento di rotore.

Considerando ora le relazioni (2.156), (2.165) e sommandole nel sistema di riferimento di statore (2.169) si ottiene:

$$\begin{aligned} h_T(\theta_S, t) = \Re [(\bar{h}_{S1} + \bar{h}_{R1}e^{j\theta}) e^{-j\theta_S}] - \\ + \Re [(\bar{h}_{S3} + \bar{h}_{R3}e^{j3\theta}) e^{-j3\theta_S}] + \\ + \Re [(\bar{h}_{S5} + \bar{h}_{R5}e^{j5\theta}) e^{-j5\theta_S}] \end{aligned} \quad (2.283)$$

Pertanto i vettori di spazio multipli del campo magnetico al traferro, con riferimento a statore, risultano:

$$\bar{h}_{T1}^S = \bar{h}_{S1} + \bar{h}_{R1}e^{j\theta} \quad (2.284)$$

$$\bar{h}_{T3}^S = \bar{h}_{S3} + \bar{h}_{R3}e^{j3\theta} \quad (2.285)$$

$$\bar{h}_{T5}^S = \bar{h}_{S5} + \bar{h}_{R5}e^{j5\theta} \quad (2.286)$$

Considerando ora di integrare nel volume del traferro la densità di energia magnetica relativa al campo al traferro, si ottiene:

$$W_{mT} = p\delta L \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \mu_0 h_T^2(\theta_S, t) \frac{\tau}{\pi} d\theta_S \quad (2.287)$$

Sostituendo ora la (2.283) nella (2.287), tenendo conto delle (2.284), (2.285) e (2.286), si ottiene:

$$W_{mT} = \frac{1}{2} \mu_0 p \delta L \frac{\tau}{\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \Re [\bar{h}_{T1}^S e^{-j\theta_S}] - \Re [\bar{h}_{T3}^S e^{-j3\theta_S}] + \Re [\bar{h}_{T5}^S e^{-j5\theta_S}] \right\}^2 d\theta_S \quad (2.288)$$

Esprimendo la parte reale di un numero complesso come:

$$\Re[\bar{x}] = \frac{\bar{x} + \bar{x}^*}{2} \quad (2.289)$$

e svolgendo il quadrato della parte reale si ottengono due serie di termini. La prima serie moltiplica esponenziali del tipo $e^{\pm j\rho\theta_S}$ che, integrati tra 0 e 2π , non forniscono alcun contributo, corrispondendo a vettori rotanti che compiono un numero intero di rotazioni. La seconda serie produce la somma del prodotto di ogni vettore di spazio col suo complesso coniugato [3].

Si giunge quindi alla seguente espressione:

$$W_{mT} = \frac{1}{2} \mu_0 p \delta L \tau \left(\bar{h}_{T1}^S \bar{h}_{T1}^{S*} + \bar{h}_{T3}^S \bar{h}_{T3}^{S*} + \bar{h}_{T5}^S \bar{h}_{T5}^{S*} \right) \quad (2.290)$$

Consideriamo le relazioni (2.171), (2.172) e (2.173).

Esprimendole come:

$$\bar{h}_{T1}^S = \bar{h}_{S1} + \bar{h}_{R1} e^{j\theta} \quad (2.291)$$

$$\bar{h}_{T3}^S = \bar{h}_{S3} + \bar{h}_{R3} e^{j3\theta} \quad (2.292)$$

$$\bar{h}_{T5}^S = \bar{h}_{S5} + \bar{h}_{R5} e^{j5\theta} \quad (2.293)$$

e inserendole nella (2.290) si ottiene:

$$\begin{aligned} W_{mT} = \frac{1}{2} \mu_0 p \delta L \tau & \left[(\bar{h}_{S1} + \bar{h}_{R1} e^{j\theta}) (\bar{h}_{S1}^* + \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta}) + \right. \\ & + (\bar{h}_{S3} + \bar{h}_{R3} e^{j3\theta}) (\bar{h}_{S3}^* + \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta}) + \\ & \left. + (\bar{h}_{S5} + \bar{h}_{R5} e^{j5\theta}) (\bar{h}_{S5}^* + \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta}) \right] \end{aligned} \quad (2.294)$$

$$\begin{aligned} W_{mT} = \frac{1}{2} \mu_0 p \delta L \tau & \left[(\bar{h}_{S1} \bar{h}_{S1}^* + \bar{h}_{R1} \bar{h}_{R1}^* + \bar{h}_{S1} \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta} + \bar{h}_{S1}^* \bar{h}_{R1} e^{j\theta}) + \right. \\ & + (\bar{h}_{S3} \bar{h}_{S3}^* + \bar{h}_{R3} \bar{h}_{R3}^* + \bar{h}_{S3} \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta} + \bar{h}_{S3}^* \bar{h}_{R3} e^{j3\theta}) + \\ & \left. + (\bar{h}_{S5} \bar{h}_{S5}^* + \bar{h}_{R5} \bar{h}_{R5}^* + \bar{h}_{S5} \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta} + \bar{h}_{S5}^* \bar{h}_{R5} e^{j5\theta}) \right] \end{aligned} \quad (2.295)$$

Applicando ora la (2.282):

$$\begin{aligned} c_{em} &= \frac{1}{2} \mu_0 p^2 \delta L \tau \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ 2\Re \left[\bar{h}_{S1} \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta} \right] + \right. \\ & \quad + 2\Re \left[\bar{h}_{S3} \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta} \right] + \\ & \quad \left. + 2\Re \left[\bar{h}_{S5} \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta} \right] \right\} = \\ &= \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}_{S1} \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta} \right) + \right. \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}_{S3} \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta} \right) + \\ & \quad \left. + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\bar{h}_{S5} \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.296)$$

$$\begin{aligned}
c_{em} &= \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[-j \bar{h}_{S1} \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta} \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[-j 3 \bar{h}_{S3} \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta} \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[-j 5 \bar{h}_{S5} \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta} \right] = \\
&= \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[\bar{h}_{S1} \left(-j \bar{h}_{R1}^* e^{-j\theta} \right) \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[\bar{h}_{S3} \left(-j 3 \bar{h}_{R3}^* e^{-j3\theta} \right) \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \Re \left[\bar{h}_{S5} \left(-j 5 \bar{h}_{R5}^* e^{-j5\theta} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.297}$$

Si ottiene così:

$$\begin{aligned}
c_{em} &= \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S1} \cdot j \bar{h}_{R1} e^{j\theta} \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S3} \cdot j 3 \bar{h}_{R3} e^{j3\theta} \right] + \\
&\quad + \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S5} \cdot j 5 \bar{h}_{R5} e^{j5\theta} \right]
\end{aligned} \tag{2.298}$$

La coppia elettromagnetica è quindi esprimibile in termini dei vettori di spazio dei campi al traferro di statore e rotore. Tale espressione è sempre valida, istante per istante, per qualunque condizione operativa.

Grazie alla relazione (2.298), la coppia elettromagnetica della macchina asincrona a sette fasi può essere considerata come composta da tre contributi indipendenti:

$$c_{em} = c_{em1} + c_{em3} + c_{em5} \tag{2.299}$$

$$c_{em1} = \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S1} \cdot j \bar{h}_{R1} e^{j\theta} \right] \tag{2.300}$$

$$c_{em3} = \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S3} \cdot j 3 \bar{h}_{R3} e^{j3\theta} \right] \tag{2.301}$$

$$c_{em5} = \mu_0 p^2 \delta L \tau \left[\bar{h}_{S5} \cdot j 5 \bar{h}_{R5} e^{j5\theta} \right] \tag{2.302}$$

Introducendo le relazioni (2.157), (2.158), (2.159), (2.166), (2.167), (2.168), le relazioni (2.300), (2.301) e (2.302) assumono la seguente forma:

$$c_{em1} = \frac{7}{2} p M_1 \left[\bar{i}_{S1} \cdot j \bar{i}_{R1} e^{j\theta} \right] \tag{2.303}$$

$$c_{em3} = \frac{21}{2} p M_3 \left[\bar{i}_{S3} \cdot j \bar{i}_{R3} e^{j3\theta} \right] \tag{2.304}$$

$$c_{em5} = \frac{35}{2} p M_5 \left[\bar{i}_{S5} \cdot j \bar{i}_{R5} e^{j5\theta} \right] \tag{2.305}$$

Le componenti omopolari della macchina asincrona non producono coppia elettromagnetica.

2.3.7 Equazioni in un riferimento generico

Si vuole ora esprimere le equazioni ottenute in un riferimento generico, caratterizzato da una rotazione di $\gamma(t)$ rispetto al riferimento di statore.

Le grandezze espresse nel riferimento generico vengono di seguito indicate con l'apice g . Considerando le relazioni di trasformazione delle coordinate delle grandezze appartenenti allo spazio 1:

$$\bar{y}^S = \bar{y}^g e^{j\gamma} \quad (2.306)$$

$$\bar{y}^R = \bar{y}^g e^{j\gamma} e^{-j\theta} \quad (2.307)$$

le relazioni di trasformazione delle coordinate delle grandezze appartenenti allo spazio 3:

$$\bar{y}^S = \bar{y}^g e^{j3\gamma} \quad (2.308)$$

$$\bar{y}^R = \bar{y}^g e^{j3\gamma} e^{-j3\theta} \quad (2.309)$$

e le relazioni di trasformazione delle coordinate delle grandezze appartenenti allo spazio 5:

$$\bar{y}^S = \bar{y}^g e^{j5\gamma} \quad (2.310)$$

$$\bar{y}^R = \bar{y}^g e^{j5\gamma} e^{-j5\theta} \quad (2.311)$$

Definendo:

$$\omega_g = \frac{d\gamma}{dt} \quad (2.312)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.313)$$

e applicando tali trasformazioni alle relazioni (2.245), (2.245), (2.248) e (2.249) si ottiene, per lo spazio 1:

$$\bar{v}_{S1}^g = R_S \bar{i}_{S1}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{S1}^g}{dt} + j\omega_g \bar{\varphi}_{S1}^g \quad (2.314)$$

$$\bar{\varphi}_{S1}^g = L_{S1} \bar{i}_{S1}^g + M_1 \bar{i}_{R1}^g \quad (2.315)$$

$$\bar{v}_{R1}^g = R_R \bar{i}_{R1}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{R1}^g}{dt} + j(\omega_g - \omega) \bar{\varphi}_{R1}^g \quad (2.316)$$

$$\bar{\varphi}_{R1}^g = M_1 \bar{i}_{S1}^g + L_{R1} \bar{i}_{R1}^g \quad (2.317)$$

applicando tali trasformazioni alle relazioni (2.258), (2.259), (2.260) e (2.261) si ottiene per lo spazio 3:

$$\bar{v}_{S3}^g = R_S \bar{i}_{S3}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{S3}^g}{dt} + j3\omega_g \bar{\varphi}_{S3}^g \quad (2.318)$$

$$\bar{\varphi}_{S3}^g = L_{S3} \bar{i}_{S3}^g + M_3 \bar{i}_{R3}^g \quad (2.319)$$

$$\bar{v}_{R3}^g = R_R \bar{i}_{R3}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{R3}^g}{dt} + j3(\omega_g - \omega) \bar{\varphi}_{R3}^g \quad (2.320)$$

$$\bar{\varphi}_{R3}^g = M_3 \bar{i}_{S1}^g + L_{R3} \bar{i}_{R3}^g \quad (2.321)$$

e applicando tali trasformazioni alle relazioni (2.269), (2.270), (2.271) e (2.272) si ottiene per lo spazio 5:

$$\bar{v}_{S5}^g = R_S \bar{i}_{S5}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{S5}^g}{dt} + j5\omega_g \bar{\varphi}_{S5}^g \quad (2.322)$$

$$\bar{\varphi}_{S5}^g = L_{S5} \bar{i}_{S5}^g + M_5 \bar{i}_{R5}^g \quad (2.323)$$

$$\bar{v}_{R5}^g = R_R \bar{i}_{R5}^g + \frac{d\bar{\varphi}_{R5}^g}{dt} + j5(\omega_g - \omega) \bar{\varphi}_{R5}^g \quad (2.324)$$

$$\bar{\varphi}_{R5}^g = M_5 \bar{i}_{S5}^g + L_{R5} \bar{i}_{R5}^g \quad (2.325)$$

I contributi dell'equazione di coppia (2.299) risultano:

$$c_{em1} = \frac{7}{2} p M_1 [\bar{i}_{S1}^g \cdot j \bar{i}_{R1}^g] \quad (2.326)$$

$$c_{em3} = \frac{21}{2} p M_3 [\bar{i}_{S3}^g \cdot j \bar{i}_{R3}^g] \quad (2.327)$$

$$c_{em5} = \frac{35}{2} p M_5 [\bar{i}_{S5}^g \cdot j \bar{i}_{R5}^g] \quad (2.328)$$

È possibile ottenere le equazioni di macchina nel riferimento di statore da quelle in un riferimento generico imponendo:

$$\gamma = 0 \rightarrow \omega_g = 0 \quad (2.329)$$

È inoltre possibile ottenere le equazioni di macchina nel riferimento di rotore da quelle in un riferimento generico imponendo:

$$\gamma = \theta \rightarrow \omega_g = \omega \quad (2.330)$$

Capitolo 3

Sistemi di controllo sensorless

Gli azionamenti in cui il controllo viene effettuato senza l'utilizzo di sensori di posizione e di velocità vengono definiti *sensorless*. Tali sistemi consentono di ridurre i costi complessivi dell'azionamento, evitando l'acquisto e la manutenzione dei trasduttori, comportando di conseguenza anche una maggiore affidabilità.

Il blocco principale su cui si basa il controllo dei sistemi sensorless è rappresentato dagli *stimatori*, introdotti nel seguente paragrafo [2].

3.1 Stimatori

Gli stimatori rappresentano il principale strumento utilizzato negli azionamenti asincroni controllati vettorialmente, dove è necessario determinare la posizione del flusso rotorico, e nei sistemi sensorless, dove è richiesta la determinazione della velocità di macchina in assenza di trasduttori in modo da realizzare anelli di controllo di coppia e velocità.

In questo lavoro di tesi, gli stimatori vengono utilizzati per entrambi gli scopi sopracitati, trattandosi di un azionamento sensorless per macchine asincrone multifase.

L'impiego di uno stimatore può portare alla determinazione del flusso statorico o del flusso rotorico di macchina, che risultano legati tra loro. Le equazioni dei flussi, espresse nel riferimento statorico, sono:

$$\overline{\varphi}_S = L_S \vec{i}_S + M \vec{i}_R^S \quad (3.1)$$

$$\bar{\varphi}_R^S = L_R \bar{i}_R^S + M \bar{i}_S \quad (3.2)$$

Ricavando la corrente di rotore dalla (3.1) e sostituendola nella (3.2) si ottiene:

$$\bar{i}_R^S = \frac{\bar{\varphi}_S}{M} - \frac{L_S \bar{i}_S}{M} \quad (3.3)$$

$$\bar{\varphi}_R^S = \frac{L_R}{M} \bar{\varphi}_S - \left(\frac{L_S L_R}{M} - M \right) \bar{i}_S \quad (3.4)$$

Definendo:

$$\frac{L_S L_R}{M} - M = \frac{\sigma L_S L_R}{M} \quad (3.5)$$

si ottiene il seguente legame presente tra flusso rotorico e flusso statorico:

$$\bar{\varphi}_R^S = \frac{L_R}{M} \bar{\varphi}_S - \frac{\sigma L_S L_R}{M} \bar{i}_S \quad (3.6)$$

Volendo ricavare il flusso statorico, noto quello rotorico, dalla (3.6) si ha:

$$\bar{\varphi}_S = \frac{M}{L_R} \bar{\varphi}_R^S + \sigma L_S \bar{i}_S \quad (3.7)$$

Per tale motivo è pertanto possibile impiegare indistintamente stimatori di flusso statorico e flusso rotorico.

La qualità di uno stimatore viene valutata osservando le seguenti caratteristiche:

- numero e tipo di sensori di misura necessari, che determina il costo, l'affidabilità e la complessità hardware del sistema;
- complessità computazionale, che può comportare la necessità di utilizzare microprocessori con elevata velocità di calcolo;
- sensibilità ad errori nei parametri, non essendo possibile una perfetta conoscenza dei parametri di macchina;
- comportamento dell'errore di stima, che deve tendere asintoticamente a zero, possibilmente con dinamica modificabile arbitrariamente.

In questo paragrafo vengono presentati lo stimatore *Corrente-Velocità* e lo stimatore *Tensione-Corrente*, utilizzati nel sistema di controllo esposto nel Capitolo 4, e viene quindi esaminato anche lo *Stimatore di flusso di Luenberger*, impiegato nel sistema di controllo descritto nel Capitolo 5.

3.1.1 Stimatore Corrente-Velocità

Lo stimatore *Corrente-Velocità* effettua la stima del flusso concatenato con il rotore richiedendo la misura delle correnti di statore e della velocità di rotazione della macchina. Tale stima viene realizzata considerando le equazioni di rotore (3.8) e del flusso di rotore (3.9), nel riferimento di statore:

$$0 = R_R \bar{i}_R^S + \frac{d \bar{\varphi}_R^S}{dt} - j\omega \bar{\varphi}_R^S \quad (3.8)$$

$$\bar{\varphi}_R^S = M \bar{i}_S + L_R \bar{i}_R^S \quad (3.9)$$

Per ottenere l'equazione dello stimatore Corrente-Velocità (3.10) è sufficiente ricavare la corrente di rotore dalla (3.9), sostituirla nella (3.8) ed esplicitare la derivata del flusso concatenato con il rotore:

$$\frac{d \hat{\bar{\varphi}}_R^S}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\tau_R} \right) \hat{\bar{\varphi}}_R^S + \frac{M}{\tau_R} \bar{i}_S \quad (3.10)$$

dove:

$$\tau_R = \frac{L_R}{R_R} \quad (3.11)$$

La relazione (3.10) dipende quindi dal coefficiente di mutua induzione M e dalla costante di tempo rotorica τ_R .

Volendo valutare il comportamento dell'errore di stima, si sottrae all'equazione dello stimatore (3.10) la corrispondente equazione di macchina (3.12).

$$\frac{d \bar{\varphi}_R^S}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\tau_R} \right) \bar{\varphi}_R^S + \frac{M}{\tau_R} \bar{i}_S \quad (3.12)$$

$$\bar{e}_\varphi = \hat{\bar{\varphi}}_R^S - \bar{\varphi}_R^S \quad (3.13)$$

ottenendo l'equazione dell'errore di stima:

$$\frac{d \bar{e}_\varphi}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\tau_R} \right) \bar{e}_\varphi \quad (3.14)$$

In condizioni di velocità lentamente variabile, indipendentemente dal valore iniziale, l'errore di stima tenderà asintoticamente a zero se e solo se la soluzione, quindi il sistema, è asintoticamente stabile.

$$\bar{e}_\varphi = 0 \quad (3.15)$$

Il sistema descritto dalla (3.14), espresso nella forma Ingresso-Stato-Uscita, risulta asintoticamente stabile se e solo se gli autovalori λ_1 e λ_2 , mostrati nelle (3.16) e (3.17), sono a parte reale negativa:

$$\lambda_1 = +j\omega - \frac{1}{\tau_R} \quad (3.16)$$

$$\lambda_2 = -j\omega - \frac{1}{\tau_R} \quad (3.17)$$

Gli autovalori λ_1 e λ_2 sono a parte reale negativa, pertanto il sistema è asintoticamente stabile e l'errore di stima tende asintoticamente a zero.

Osservando la (3.14) si evince che la dinamica dell'errore di stima non è modificabile a piacere, essendo legata alla costante di tempo rotorica τ_R .

Non potendo conoscere con esattezza i parametri di macchina, la loro presenza nell'equazione dello stimatore determina un errore di stima, di conseguenza l'equazione corretta dello stimatore Corrente-Velocità risulta:

$$\frac{d \hat{\varphi}_R^S}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\hat{\tau}_R} \right) \hat{\varphi}_R^S + \frac{\hat{M}}{\hat{\tau}_R} \bar{i}_S \quad (3.18)$$

dove il simbolo \wedge distingue il parametro utilizzato dallo stimatore da quello effettivo di macchina.

Il parametro M può variare, sebbene in modo limitato, col livello di saturazione della macchina. La costante di tempo rotorica τ_R , dipendendo dalla resistenza rotorica R_R , varia sensibilmente con la temperatura ed in funzione della frequenza rotorica.

Si può dimostrare che lo stimatore Corrente-Velocità è adatto per condizioni di funzionamento con velocità non elevata.

Essendo richiesto l'utilizzo di un trasduttore di velocità, questo stimatore non risulta adatto per le applicazioni sensorless, a meno che l'informazione di velocità non venga ottenuta diversamente. In questo lavoro di tesi, infatti tale informazione verrà ricavata nello spazio 3 della macchina asincrona multifase, come spiegato nel Capitolo 4.

Implementazione discreta dello stimatore Corrente-Velocità

Per utilizzare questo stimatore, l'equazione (3.18) deve essere implementata sul microprocessore della scheda di controllo. Risulta quindi necessario

discretizzare tale equazione, in relazione a come è definito il ciclo di calcolo e alla disponibilità, istante per istante, delle informazioni richieste.

Ipotizzando di trovarsi al ciclo k (vedi Figura 3.1), il sistema di controllo deve determinare le tensioni da applicare al ciclo $k + 1$. Lo stimatore di flusso, implementato nel ciclo k , deve poter quindi prevedere il flusso nel ciclo $k + 1$ utilizzando le sole informazioni disponibili, considerando le misure effettuate all'inizio di ogni ciclo.

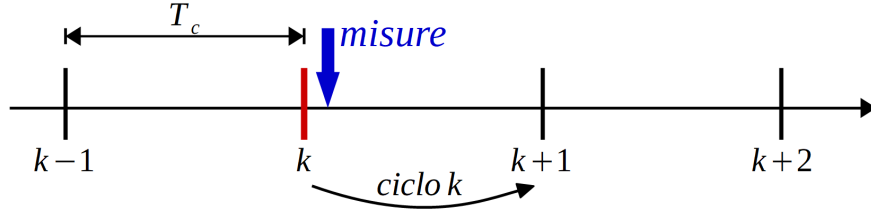


Figura 3.1: Rappresentazione di un generico ciclo k [2].

L'equazione (3.18) viene espressa in forma discreta mediante lo sviluppo in serie di Taylor troncato, in questo caso, al primo ordine:

$$\hat{\varphi}_R^S[k+1] = \hat{\varphi}_R^S[k] + \left. \frac{d\hat{\varphi}_R^S}{dt} \right|_{t=kT_c} T_c \quad (3.19)$$

dove la derivata del flusso viene calcolata considerando l'equazione (3.18):

$$\left. \frac{d\hat{\varphi}_R^S}{dt} \right|_{t=kT_c} = \left(j\omega - \frac{1}{\hat{\tau}_R} \right) \hat{\varphi}_R^S[k] + \frac{\hat{M}}{\hat{\tau}_R} \bar{i}_S[k] \quad (3.20)$$

Inserendo ora la (3.20) nella (3.19) si ottiene la forma discreta dello stimatore:

$$\hat{\varphi}_R^S[k+1] = \left[1 + \left(j\omega - \frac{1}{\hat{\tau}_R} \right) T_c \right] \hat{\varphi}_R^S[k] + \frac{\hat{M}}{\hat{\tau}_R} T_c \bar{i}_S[k] \quad (3.21)$$

Lo stimatore Corrente-Velocità risulta quindi facilmente implementabile all'interno del ciclo di calcolo. È inoltre possibile discretizzare l'equazione (3.18) considerando ordini maggiori nello sviluppo in serie di Taylor, in modo da ottenere un'implementazione più precisa, soprattutto alle alte velocità.

3.1.2 Stimatore Tensione-Corrente

Lo stimatore *Tensione-Corrente* effettua la stima del flusso concatenato con lo statore richiedendo la misura delle tensioni di statore e delle correnti di statore. Tale stima viene realizzata considerando l'equazione di statore (3.22):

$$\bar{v}_S = R_S \bar{i}_S + \frac{d \bar{\varphi}_S}{dt} \quad (3.22)$$

Esplicitando il flusso concatenato con lo statore nella (3.22) si ottiene l'equazione dello stimatore Tensione-Corrente:

$$\frac{d \hat{\varphi}_S}{dt} = \bar{v}_S - R_S \bar{i}_S \quad (3.23)$$

Lo stimatore Tensione-Corrente permette quindi di ricavare il flusso concatenato con lo statore integrando nel tempo la tensione di statore al netto delle cadute sulla resistenza statorica R_S , che risulta essere l'unico parametro utilizzato nella stima.

Tenendo conto degli errori presenti nella conoscenza della resistenza di statore e trascurando gli errori di misura di corrente e tensione, l'equazione dello stimatore risulta:

$$\frac{d \hat{\varphi}_S}{dt} = \bar{v}_S - \hat{R}_S \bar{i}_S \quad (3.24)$$

Volendo valutare il comportamento dell'errore di stima, definito dalla (3.26), si sottrae all'equazione dello stimatore (3.24) la corrispondente equazione di macchina (3.25).

$$\frac{d \bar{\varphi}_S}{dt} = \bar{v}_S - R_S \bar{i}_S \quad (3.25)$$

$$\bar{e}_\varphi = \hat{\varphi}_S - \bar{\varphi}_S \quad (3.26)$$

L'equazione dell'errore di stima è la seguente:

$$\frac{d \bar{e}_\varphi}{dt} = -(\hat{R}_S - R_S) \bar{i}_S \quad (3.27)$$

Trascurando l'errore sulla resistenza di statore R_S , si ottiene:

$$\frac{d \bar{e}_\varphi}{dt} = 0 \quad (3.28)$$

La dinamica dell'errore di stima risulta nulla, pertanto, anche in assenza di errori sulla conoscenza della resistenza di statore, l'errore di stima non tende asintoticamente a zero. Inoltre, la stima è caratterizzata da una dinamica non arbitraria.

È possibile dimostrare che se $\hat{R}_S < R_S$ l'errore di stima risulta asintoticamente stabile, senza però convergere a zero. Se invece $\hat{R}_S > R_S$ l'errore di stima assume un comportamento instabile.

Porre $\hat{R}_S = 0$ garantisce l'asintotica stabilità dell'errore di stima, sebbene sia sicuramente introdotta una imprecisione.

Per studiare la sensitività all'errore sulla resistenza di statore R_S si osserva l'equazione (3.27) in condizioni di regime sinusoidale.

In tale regime, è possibile scrivere le seguenti espressioni, basate su fasori:

$$\bar{e}_\varphi = \bar{E}_\varphi e^{j\omega_S t} \quad (3.29)$$

$$\bar{i}_S = \bar{I}_S e^{j\omega_S t} \quad (3.30)$$

Sostituendo le (3.29) e (3.30) nella (3.27) si ottiene:

$$j\omega_S \bar{E}_\varphi e^{j\omega_S t} = -(\hat{R}_S - R_S) \bar{I}_S e^{j\omega_S t} \quad (3.31)$$

Semplificando quindi l'esponenziale e ricavando il fasore dell'errore \bar{E}_φ si ha:

$$\bar{E}_\varphi = -\frac{\hat{R}_S - R_S}{j\omega_S} \bar{I}_\varphi \quad (3.32)$$

Osservando la relazione (3.32) si nota l'inversa proporzionalità tra l'errore a regime e la pulsazione di alimentazione, un ulteriore difetto dello stimatore Tensione-Corrente.

Per frequenze di alimentazione tendenti a zero l'errore di stima tende ad infinito, mentre tende a zero in caso di frequenze elevate. Per tale motivo, lo stimatore Tensione-Corrente risulta adatto per condizioni di funzionamento ad alta velocità (alta frequenza di alimentazione), non risultando invece efficace per basse velocità di macchina.

Un'ulteriore problematica che affligge lo stimatore Tensione-Corrente è rappresentata dall'integrazione degli errori di offset dei trasduttori.

Considerando infatti l'equazione dello stimatore (3.24), l'eventuale presenza di un errore di offset, anche piccolo, porta il sistema a divergere, una volta

applicata l'integrazione nel tempo. Risulta quindi necessaria l'esecuzione di una procedura di autotaratura, eseguita per tutti i trasduttori al momento dell'accensione, ed un corretto posizionamento dei trasduttori stessi, in modo da limitare quanto possibile l'effetto dell'offset.

Non richiedendo informazioni di velocità, questo stimatore risulta adatto ad applicazioni sensorless. Di fatto, in questo lavoro di tesi, questo stimatore troverà applicazione nello spazio 3 e verrà utilizzato per ricavare informazioni sul flusso statorico relativo a tale spazio, sfruttato per determinare la velocità di macchina, come spiegato nel Capitolo 4.

Implementazione discreta dello stimatore Tensione-Corrente

Per utilizzare questo stimatore, l'equazione (3.24) deve essere implementata sul microprocessore della scheda di controllo.

Anche nel caso dello stimatore Tensione-Corrente, la discretizzazione viene effettuata attraverso lo sviluppo in serie di Taylor troncato al primo ordine:

$$\hat{\varphi}_S[k+1] = \hat{\varphi}_S[k] + \left. \frac{d\hat{\varphi}_S}{dt} \right|_{t=kT_c} T_c \quad (3.33)$$

dove la derivata del flusso viene calcolata considerando l'equazione (3.24):

$$\left. \frac{d\hat{\varphi}_S}{dt} \right|_{t=kT_c} = \bar{v}_S[k] - \hat{R}_S \bar{i}_S[k] \quad (3.34)$$

Inserendo quindi la (3.33) nella (3.34) si ottiene:

$$\hat{\varphi}_S[k+1] = \hat{\varphi}_S[k] + \bar{v}_S[k] T_c - \hat{R}_S \bar{i}_S[k] T_c \quad (3.35)$$

Lo stimatore Tensione-Corrente risulta quindi facilmente implementabile all'interno del ciclo di calcolo. È inoltre possibile discretizzare l'equazione (3.18) considerando ordini maggiori nello sviluppo in serie di Taylor, in modo da ottenere un'implementazione più precisa, soprattutto alle alte velocità.

3.1.3 Stimatore di Flusso di Luenberger

Lo stimatore (o osservatore) di Luenberger è uno stimatore dello stato per sistemi lineari, impiegato nelle tecniche di controllo sensorless per effettuare una stima del flusso rotorico di macchina [3].

Considerando il seguente sistema dinamico, espresso nella forma ingresso-stato-uscita:

$$\begin{cases} \bar{x}[k+1] = A \bar{x}[k] + B \bar{u}[k] \\ \bar{y}[k] = C \bar{x}[k] \end{cases} \quad (3.36)$$

dove $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

Lo stato del sistema $x[k]$ rappresenta la grandezza da stimare, che è tempo variante. Ipotizzando che il sistema sia osservabile, è possibile utilizzare l'uscita del sistema $y[k]$ per la stima dello stato. In tal caso si sottrae l'uscita dello stimatore all'uscita del sistema reale, moltiplicando poi la differenza per la matrice di guadagno L , sommando quindi il termine ottenuto all'equazione di stato dello stimatore, ottenendo il seguente sistema, dove le grandezze stimate sono contraddistinte dal soprassegno $\hat{}$:

$$\begin{cases} \hat{x}[k+1] = A \hat{x}[k] + L (\bar{y}[k] - \hat{y}[k]) + B \bar{u}[k] \\ \hat{y}[k] = C \hat{x}[k] \end{cases} \quad (3.37)$$

Definendo l'errore

$$e[k] = x[k] - \hat{x}[k] \quad (3.38)$$

se tale errore tende a zero al tendere di k all'infinito, lo stimatore è asintoticamente stabile.

Nel caso dello stimatore di Luenberger, l'equazione dell'errore è:

$$e[k+1] = (A - LC) e[k] \quad (3.39)$$

Pertanto si ha asintotica stabilità quando la matrice $A - LC$ è caratterizzata da autovalori tutti interni al cerchio unitario.

Applicando quanto mostrato alla stima del flusso, lo stimatore di Luenberger effettua il confronto tra la stima del flusso rotorico visto da statore $\hat{\varphi}_R^S$ col corrispondente valore reale $\bar{\varphi}_R^S$, come mostrato nello schema in Figura 3.2.

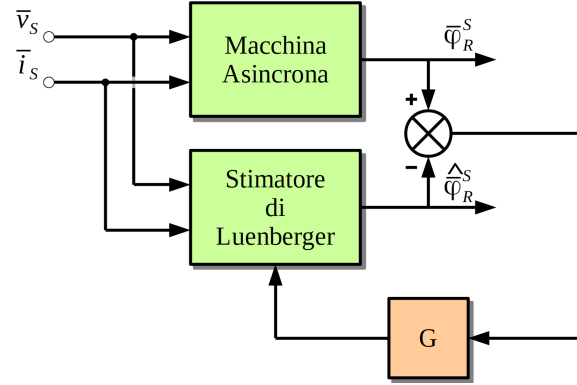


Figura 3.2: Rappresentazione schematica dello stimatore di flusso di Luenberger [3].

Lo stimatore rappresentato in Figura 3.2 è descritto dal seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{d \hat{\varphi}_R^S}{dt} = \bar{v}_S - R_S \bar{i}_S + G (\bar{\varphi}_R^S - \hat{\varphi}_R^S) \\ \hat{\varphi}_R^S = \frac{L_R}{M} \hat{\varphi}_S - \frac{\sigma L_S L_R}{M} \bar{i}_S \end{cases} \quad (3.40)$$

dove G rappresenta il guadagno del blocco di retroazione.

Lo schema a blocchi dello stimatore è mostrato in Figura 3.3.

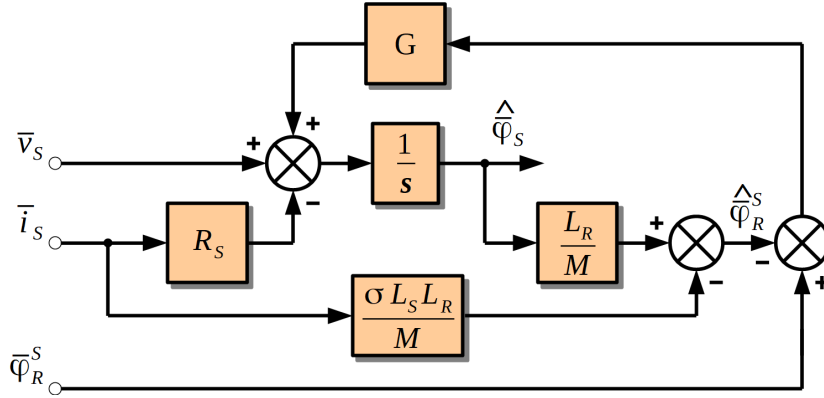


Figura 3.3: Schema a blocchi dello stimatore di flusso di Luenberger [3].

Considerando l'errore di flusso \bar{e} , se la condizione (3.41) è verificata, lo stimatore di flusso di Luenberger converge al valore reale del flusso.

$$\frac{d\bar{e}}{dt} < 0 \quad (3.41)$$

Nello stimatore di flusso di Luenberger si ha:

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = -G \frac{L_R}{M} \bar{e} \quad (3.42)$$

Di conseguenza la condizione (3.41) è verificata adottando il guadagno di retroazione G positivo.

Nell'applicazione pratica di tale stimatore nasce la problematica della determinazione del valore reale del flusso rotorico, utilizzato per il confronto col valore stimato. Non potendo conoscere tale valore (altrimenti non sarebbe necessario uno stimatore) è possibile sostituirlo col seguente:

$$\bar{\varphi}_R^S \simeq \bar{\varphi}_R^{S*} e^{j\theta_R} \quad (3.43)$$

dove $\bar{\varphi}_R^{S*}$ rappresenta il valore di riferimento del flusso rotorico.

Utilizzando tale valore per il confronto, si ottiene comunque la convergenza della stima del flusso. Tale soluzione è mostrata nello schema di Figura 3.4.

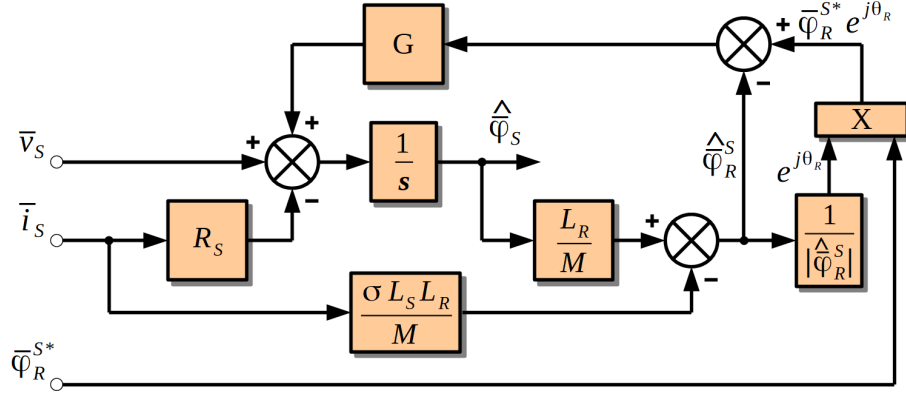


Figura 3.4: Schema a blocchi completo dello stimatore di flusso di Luenberger [3].

La scelta del guadagno di retroazione G viene effettuata sperimentalmente, in quanto l'adozione di elevati valori ($500 \div 1000$) comporta maggiori dinamiche, mentre l'utilizzo di valori ridotti (qualche decina) consente di migliorare la stima a bassa velocità.

Capitolo 4

Sistema di controllo 1

Il modello della macchina asincrona a sette fasi ottenuto nel Capitolo 2 ha mostrato la possibilità di effettuare il controllo della macchina agendo negli spazi 1, 3 e 5 in modo indipendente. Il sistema di controllo introdotto in questo capitolo è composto dal controllo ad orientamento di campo della macchina, effettuato nello spazio 1 e descritto nel primo paragrafo, e dalla stima della velocità di rotazione del rotore, realizzata nello spazio 3 e descritta nel secondo paragrafo. Nel sistema di controllo presentato, lo spazio 5 di macchina viene trascurato, ponendone a zero i riferimenti di corrente.

4.1 Spazio 1: Controllo ad Orientamento di Campo

Nel sistema di controllo introdotto in questo capitolo e nel Capitolo 5, nello spazio 1 avviene il controllo ad orientamento di campo, svolto in modo analogo a quello rivolto alle macchine asincrone trifasi. Tale controllo è costituito dall'osservatore di flusso e da un anello di controllo di velocità che racchiude al suo interno un anello di controllo di corrente.

4.1.1 Osservatore di flusso

L'osservatore di flusso presente nello spazio 1 viene realizzato implementando lo stimatore Corrente-Velocità esposto precedentemente nel Capitolo 3.

Lo schema di tale stimatore è mostrato in Figura 4.1.

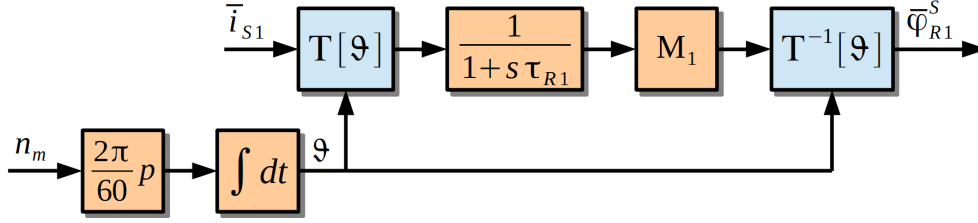


Figura 4.1: Rappresentazione schematica dello stimatore Corrente-Velocità.

In Figura 4.1 i blocchi $T[\vartheta]$ e $T^{-1}[\vartheta]$ indicano rispettivamente l'applicazione della matrice di Park e della sua inversa, mentre la corrente \bar{i}_{s1} è ottenuta applicando la *trasformazione di Clarke* alle sette correnti di fase misurate.

La stima del flusso rotorico di spazio 1 viene effettuata nel sistema di riferimento ad esso sincrono, considerando l'equazione rotorica di asse d (4.1):

$$0 = R_{R1} i_{dR1} + \frac{d}{dt} \varphi_{dR1} - (\omega_1 - \omega_{me}) \varphi_{qR1} \quad (4.1)$$

dove la tensione applicata è nulla essendo il rotore cortocircuitato, con ω_1 rappresentante la velocità di rotazione del sistema di riferimento (ovvero del flusso rotorico di spazio 1) rispetto allo statore e ω_{me} la velocità di rotazione del rotore espressa in angoli elettrici.

Applicando il controllo ad orientamento di campo, la componente q del flusso rotorico è nulla, mentre la componente d ne rappresenta il modulo, pertanto:

$$0 = R_{R1} i_{dR1} + \frac{d}{dt} \varphi_{dR1} \quad (4.2)$$

Considerando ora l'equazione di asse d del flusso rotorico di spazio 1:

$$\varphi_{dR1} = L_{R1} i_{dR1} + M_1 i_{dS1} \quad (4.3)$$

ricavando la corrente rotorica di asse d dalla relazione (4.3) ed inserendola nella (4.2) si ottiene:

$$\tau_{R1} \frac{d}{dt} \varphi_{dR1} + \varphi_{dR1} = M i_{dS1} \quad (4.4)$$

dove:

$$\tau_{R1} = \frac{L_{R1}}{R_{R1}}$$

Di conseguenza, considerando la trasformata di Laplace, nota la corrente statorica di asse d di spazio 1, il flusso rotorico di spazio 1 risulta completamente determinato:

$$\varphi_{dR1}(s) = \frac{M}{1 + s \tau_{R1}} i_{dS1}(s) \quad (4.5)$$

Del flusso rotorico di spazio 1 ottenuto dallo stimatore Corrente-Velocità, come mostrato in Figura 4.2, è possibile ricavarne la velocità ω_1 , il corrispondente angolo θ_1 e da esso, come illustrato nel Capitolo 3, viene ottenuta la stima del flusso statorico di spazio 1.

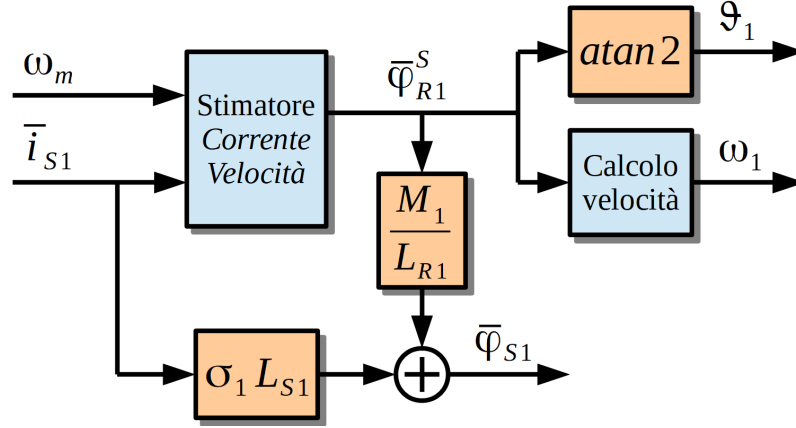


Figura 4.2: Rappresentazione schematica dell'osservatore di flusso implementato nello spazio 1.

L'angolo θ_1 così ottenuto viene impiegato nelle trasformazioni di Park, e nelle relative antitrasformazioni, in modo tale da ottenere le grandezze elettromagnetiche di interesse nel sistema di riferimento $d-q$, orientato con l'asse d nella direzione del flusso rotorico di spazio 1.

Il sottosistema in cui viene effettuato il calcolo della velocità del flusso rotorico di spazio 1 presente in Figura 4.2 viene implementato considerando

l'equazione (4.6), rappresentata dallo schema in Figura 4.3.

$$\omega_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{\varphi}_{R1}^S}{|\bar{\varphi}_{R1}^S|} \right) \cdot j \frac{\bar{\varphi}_{R1}^S}{|\bar{\varphi}_{R1}^S|} \quad (4.6)$$

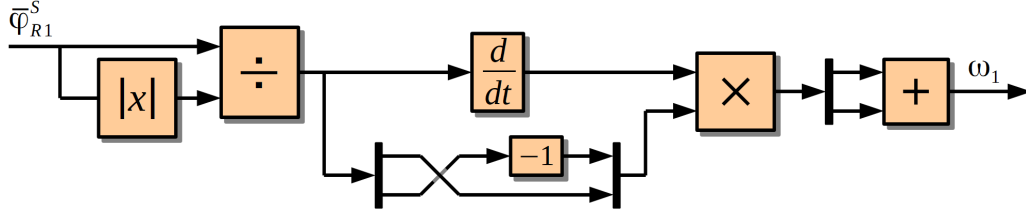


Figura 4.3: Rappresentazione schematica del sottosistema "Calcolo velocità" presente nello schema di Figura 4.2.

La velocità di rotazione del flusso rotorico di spazio 1, ω_1 , viene utilizzata, insieme al flusso rotorico e statorico, nella compensazione in avanti della forza elettromotrice nell'anello di corrente dello spazio 1.

4.1.2 Anello di controllo di corrente

Lo schema dell'anello di controllo di corrente implementato nello spazio 1 è mostrato in Figura 4.4.

Come previsto dalla tecnica di controllo ad orientamento di campo, nel sistema di riferimento sincrono col flusso rotorico si agisce sulla corrente statorica di asse d , in questo caso di spazio 1, per il controllo dell'ampiezza del flusso rotorico di spazio 1 e si opera sulla corrente statorica di asse q , sempre di spazio 1, per il controllo della coppia elettromagnetica prodotta nello spazio 1.

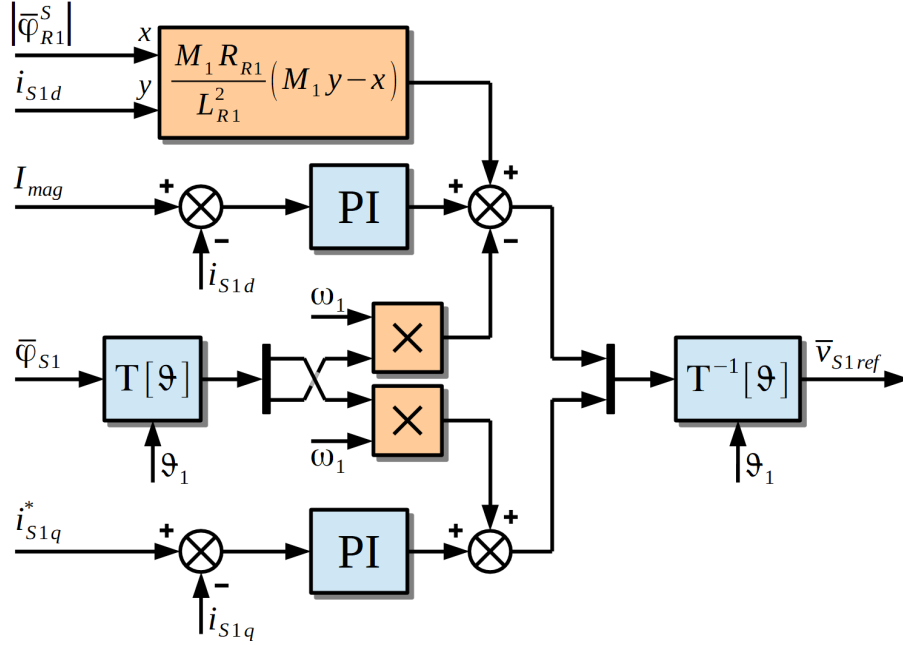


Figura 4.4: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di corrente dello spazio 1.

Non essendo previsto il deflussaggio in questo lavoro di tesi, il riferimento di corrente statorica di asse d è mantenuto costante al valore della corrente magnetizzante di macchina I_{mag} . Il riferimento di corrente di asse q i_{S1q}^* è invece generato dall'anello di controllo di velocità, descritto nel paragrafo 4.1.3.

Nello schema in Figura 4.4 è inoltre presente la compensazione in avanti delle forze elettromotrici inserita a monte dell'antitrasformazione di Park. Quest'ultimo blocco permette di ottenere il riferimento di tensione statorica relativo al vettore di spazio 1, nel sistema di riferimento sincrono con lo statore.

Taratura dei regolatori

I regolatori di corrente del precedente anello di controllo vengono tarati effettuando la *cancellazione polo-zero*, utilizzando la toolbox *sisotool* presente in Matlab.

In Figura 4.5 vengono mostrati i diagrammi di Bode del sistema in anello aperto, mentre in Figura 4.6 ne viene mostrato il luogo delle radici.

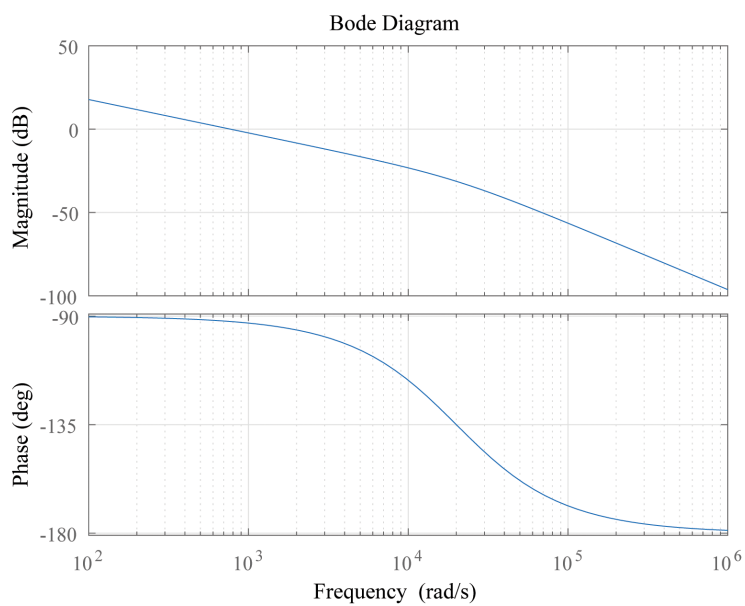


Figura 4.5: Diagrammi di Bode del sistema in anello aperto.

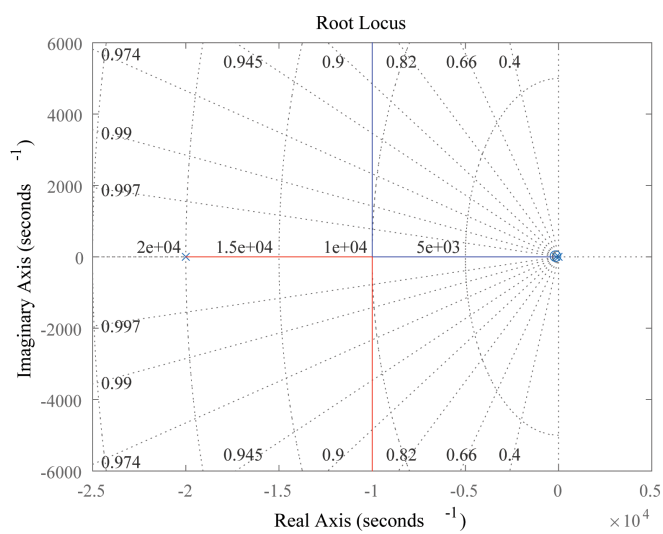


Figura 4.6: Luogo delle radici del sistema in anello aperto.

In Figura 4.7 viene mostrata la risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

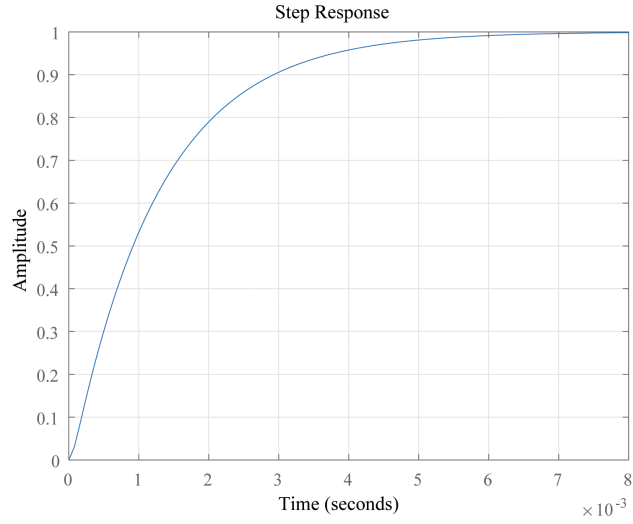


Figura 4.7: Risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

4.1.3 Anello di controllo di velocità

Lo schema dell'anello di controllo di velocità implementato nello spazio 1 è mostrato in Figura 4.8.

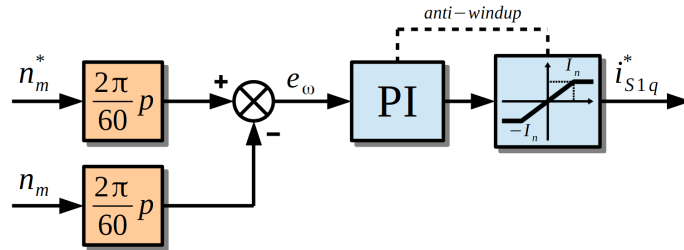


Figura 4.8: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di velocità dello spazio 1.

Nello schema in Figura 4.8, dopo aver trasformato la velocità di riferimento e quella reale in angoli elettrici, ne si effettua il confronto, inviando l'errore di velocità così ottenuto al regolatore proporzionale-integrale (PI) saturato e dotato di anti wind-up, la cui uscita corrisponde al riferimento di asse q di corrente statorica di spazio 1, utilizzato nell'anello di controllo di corrente precedentemente descritto.

Taratura del regolatore

Il regolatore di velocità del precedente anello di controllo viene tarato posizionando uno zero a circa una decade dopo il polo fisico del carico, utilizzando la toolbox *sisotool* presente in Matlab. La taratura viene effettuata in tale modo poichè con cancellazione polo-zero, per rispettare la dinamica desiderata, verrebbero richieste correnti al di sopra del limite imposto, causando saturazione e di conseguenza un comportamento non lineare del sistema.

In Figura 4.9 vengono mostrati i diagrammi di Bode del sistema in anello aperto, mentre in Figura 4.10 ne viene mostrato il luogo delle radici.

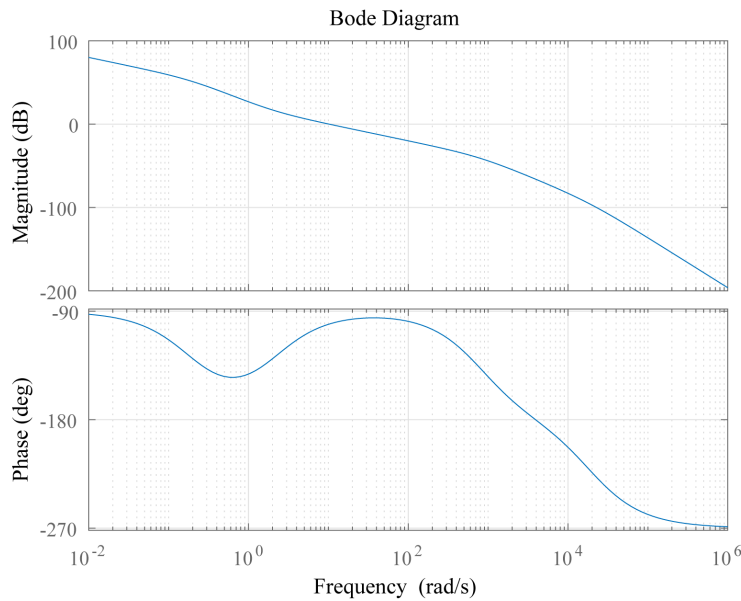


Figura 4.9: Diagrammi di Bode del sistema in anello aperto.

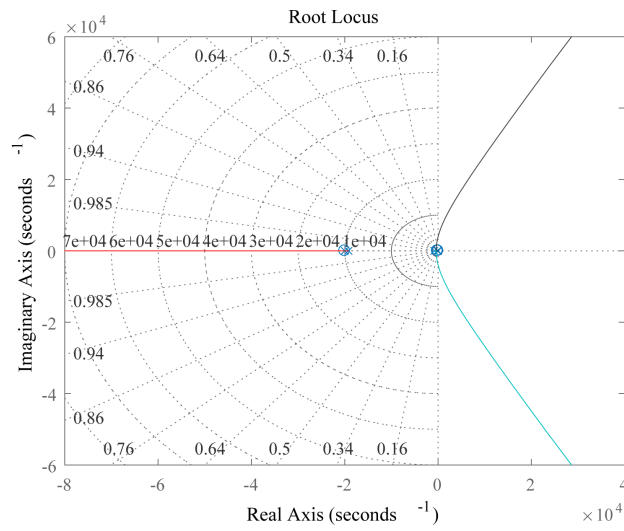


Figura 4.10: Luogo delle radici del sistema in anello aperto.

In Figura 4.11 viene mostrata la risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

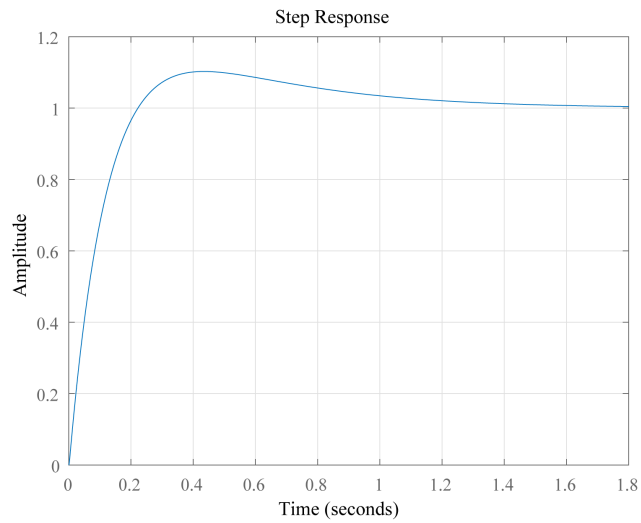


Figura 4.11: Risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

4.2 Spazio 3: Stima della velocità meccanica

Nel sistema di controllo introdotto in questo capitolo, nello spazio 3 avviene la stima della velocità meccanica di rotazione del motore.

Per effettuare tale stima con velocità sia positive che negative viene sfruttato lo spazio 3 di macchina iniettandovi due armoniche di corrente controrotanti di pari velocità, come mostrato in Figura 4.12, ed osservando il flusso da esse prodotto.

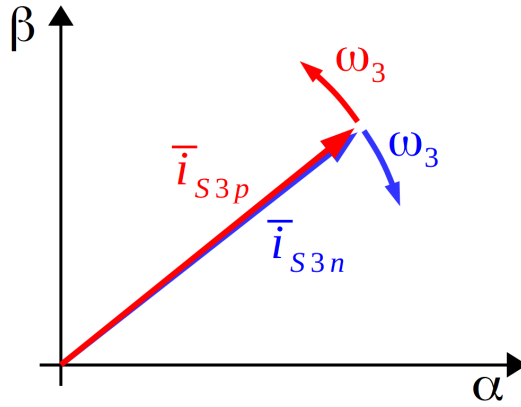


Figura 4.12: Rappresentazione delle correnti statoriche iniettate nello spazio 3, nel sistema di riferimento statorico.

In Figura 4.12 il vettore di spazio 3 della corrente statorica rotante in senso antiorario viene identificato con \bar{i}_{S3p} , mentre quello rotante in senso orario con \bar{i}_{S3n} .

L'iniezione di tali correnti darà luogo alle componenti $\bar{\varphi}_{R3p}$ e $\bar{\varphi}_{R3q}$ del vettore di spazio 3 del flusso rotorico, anch'esse rotanti rispettivamente in senso antiorario ed orario. Nel corso dell'analisi del sistema di controllo si farà riferimento alla componente p di corrente, tensione e flusso indicandola come *armonica (o componente) positiva*, mentre la componente n verrà indicata come *armonica (o componente) negativa*.

Vengono di seguito descritti l'osservatore di flusso e l'anello di controllo di corrente che costituiscono il sistema di controllo implementato nello spazio 3.

4.2.1 Osservatore di flusso

Lo schema dell'osservatore di flusso utilizzato nello spazio 3 è mostrato in Figura 4.13.

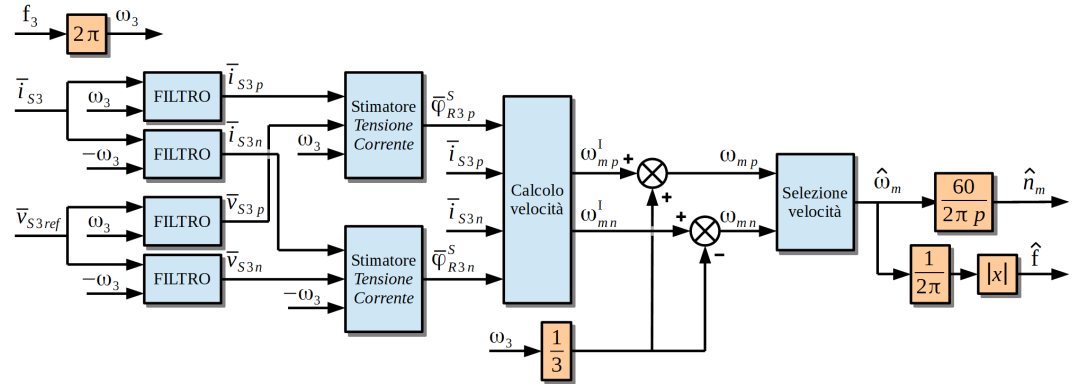


Figura 4.13: Rappresentazione schematica dell'osservatore di flusso dello spazio 3.

Tale sistema richiede in ingresso:

- il vettore di spazio 3 di riferimento della tensione statorica;
- il vettore di spazio 3 delle correnti statoriche misurate;
- la frequenza delle correnti statoriche iniettate nello spazio 3

e fornisce in uscita la stima della velocità di rotazione del rotore insieme alla corrispondente frequenza, utilizzata nell'anello di controllo di corrente di spazio 3 per determinare la frequenza di iniezione delle correnti statoriche.

In Figura 4.14 è mostrata la sezione dello schema di controllo di Figura 4.13 relativa alla stima delle armoniche positiva e negativa del flusso rotorico di spazio 3.

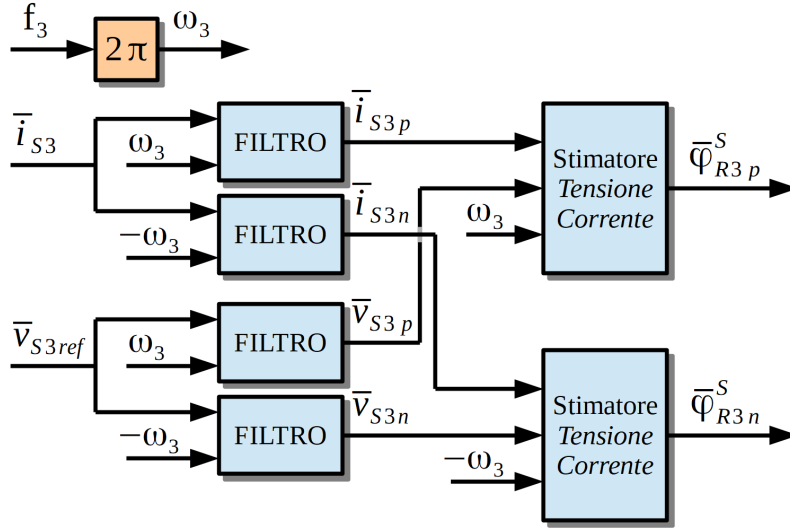


Figura 4.14: Sezione di Figura 4.13: stima del flusso rotorico di spazio 3.

Lo scopo del filtraggio effettuato sul vettore di spazio 3 delle correnti di statore, ottenuto tramite trasformazione di Clarke, e sul vettore di spazio 3 dei riferimenti di tensione, generato dall'anello di controllo della corrente di spazio 3, è estrarre la sola *armonica positiva* dei vettori di spazio 3, eliminandone quella *negativa* e viceversa.

Il filtro utilizzato è stato appositamente realizzato modificando la funzione di trasferimento corrispondente alla serie di un filtro di *semi-peaking* ed un filtro di *semi-notch*. Consideriamo la funzione di trasferimento di un filtro di semi-peaking nel caso di pulsazione di filtraggio ω_0 positiva:

$$F_{\text{semipeaking}} = \frac{\delta \omega_0}{s + \delta \omega_0 - j \omega_0} \quad (4.7)$$

dove δ rappresenta il *Damping Ratio* del filtro.

Lo scopo di tale filtro è isolare l'armonica alla pulsazione ω_0 , con $\omega_0 > 0$.

Consideriamo ora la funzione di trasferimento di un filtro di semi-notch nel caso di pulsazione di filtraggio ω_0 negativa:

$$F_{\text{seminotch}}(s) = 1 - \frac{\delta \omega_0}{s + \delta \omega_0 + j \omega_0} \quad (4.8)$$

Lo scopo di tale filtro è eliminare l'armonica alla pulsazione ω_0 , con $\omega_0 < 0$.

Ponendo ora in serie le due funzioni di trasferimento si ottiene:

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \frac{\delta \omega_0}{s + \delta \omega_0 - j \omega_0} \left(1 - \frac{\delta \omega_0}{s + \delta \omega_0 + j \omega_0} \right) = \\
 &= \frac{\delta \omega_0}{s + \delta \omega_0 - j \omega_0} \left(\frac{s + j \omega_0}{s + \delta \omega_0 + j \omega_0} \right) = \\
 &= \frac{\delta \omega_0 s + j \delta \omega_0^2}{(s + \delta \omega_0)^2 + \omega_0^2} = \frac{\delta \omega_0 s + j \delta \omega_0^2}{s^2 + \delta^2 \omega_0^2 + 2\delta \omega_0 s + \omega_0^2}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Tale funzione di trasferimento dovrebbe avere guadagno unitario in corrispondenza della pulsazione ω_0 e guadagno nullo in corrispondenza della pulsazione opposta $-\omega_0$. Studiandone quindi il comportamento per $s = j\omega_0$ si ottiene:

$$F(j\omega_0) = \frac{j 2\delta \omega_0^2}{-\omega_0^2 + \delta^2 \omega_0^2 + j 2\delta \omega_0^2 + \omega_0^2} = \frac{j 2\delta \omega_0^2}{\delta^2 \omega_0^2 + j 2\delta \omega_0^2} \tag{4.10}$$

Tale guadagno risulta differente dall'unità a causa del termine $\delta^2 \omega_0^2$ a denominatore.

Studiandone ora il comportamento per $s = -j\omega_0$ si ottiene:

$$F(-j\omega_0) = \frac{0}{-\omega_0^2 + \delta^2 \omega_0^2 + j 2\delta \omega_0^2 + \omega_0^2} = 0 \tag{4.11}$$

La funzione di trasferimento ha guadagno nullo in corrispondenza alla pulsazione $-\omega_0$, soddisfacendo quanto richiesto dal sistema di controllo.

Per ottenere anche in corrispondenza alla pulsazione positiva il comportamento desiderato, si è quindi provveduto ad eliminare il termine $\delta^2 \omega_0^2$ presente a denominatore della funzione di trasferimento appena presentata, ottenendo così la funzione di trasferimento del filtro presente in Figura 4.14.

La funzione di trasferimento del filtro ottenuta dalla serie del filtro di semi-peaking (con pulsazione di filtraggio ω_0 positiva) e del filtro di semi-notch (con pulsazione di filtraggio ω_0 negativa), con la cancellazione del termine indesiderato a denominatore, è la seguente:

$$F(s) = \frac{\delta \omega_0 s + j \delta \omega_0^2}{s^2 + 2\delta \omega_0 s + \omega_0^2} \tag{4.12}$$

Volendo invece estrarre la componente alla pulsazione ω_0 , con $\omega_0 < 0$, eliminando la componente a pulsazione opposta, si ricorre alla funzione di trasferimento del filtro ottenuta dalla serie del filtro di semi-peaking (con pulsazione di filtraggio ω_0 negativa) e del filtro di semi-notch (con pulsazione di filtraggio ω_0 positiva), con la cancellazione del termine indesiderato a denominatore, di seguito indicata:

$$F(s) = \frac{\delta \omega_0 s - j \delta \omega_0^2}{s^2 + 2\delta \omega_0 s + \omega_0^2} \quad (4.13)$$

Tali funzioni vengono implementate quindi nel sistema di controllo effettuando la discretizzazione secondo *Tustin con pre-warping*.

Gli stimatori Tensione-Corrente inseriti a valle dei filtri in Figura 4.14 permettono di ottenere la stima delle componenti positiva e negativa del flusso rotorico di spazio 3 presente in macchina. Tali stimatori sono implementati allo stesso modo, secondo lo schema mostrato in Figura 4.15.

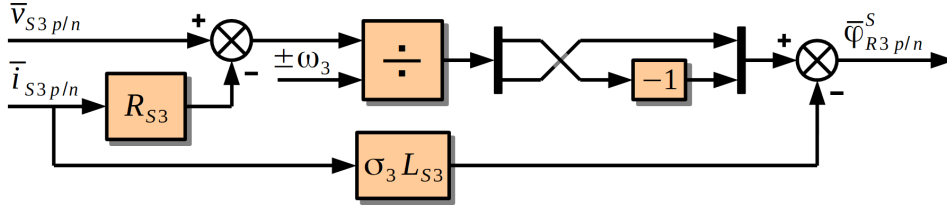


Figura 4.15: Rappresentazione schematica dello stimatore Tensione-Corrente implementato in Figura 4.13 e in Figura 4.14.

Nello schema in Figura 4.15 con i termini aventi pedice p viene utilizzata la pulsazione ω_0 , mentre con i termini a pedice n viene utilizzata la pulsazione opposta, $-\omega_0$.

Lo schema di Figura 4.15 è ottenuto partendo dalla seguente equazione di statore:

$$v_S = R_S i_S + \frac{d \varphi_S}{dt} \quad (4.14)$$

Considerando il flusso statorico φ_S espresso come fasore:

$$\bar{\varphi}_S = \varphi_{SM}(t) e^{j\theta} = \varphi_{SM}(t) e^{j\omega t} \quad (4.15)$$

dove $\varphi_{SM}(t)$ rappresenta l'ampiezza del fasore, variabile nel tempo.

La derivata nel tempo del fasore $\bar{\varphi}_S$ risulta:

$$\frac{d \bar{\varphi}_S}{dt} = \frac{d \varphi_{SM}(t)}{dt} e^{j\omega t} + j\omega \varphi_{SM}(t) e^{j\omega t} \quad (4.16)$$

Osservando ora la derivata (4.16) a regime, si ha:

$$\frac{d \bar{\varphi}_S}{dt} = j\omega \varphi_{SM}(t) e^{j\omega t} = j\omega \bar{\varphi}_S \quad (4.17)$$

Considerando a regime l'equazione (4.14) descritta con i fasori ed introducendovi la (4.17) si ottiene:

$$\bar{v}_S = R_S \bar{i}_S + j\omega \bar{\varphi}_S \quad (4.18)$$

Esplicitando il fasore del flusso statorico $\bar{\varphi}_S$ si ottiene:

$$\bar{\varphi}_S = \frac{\bar{v}_S - R_S \bar{i}_S}{j\omega} = -j \frac{\bar{v}_S - R_S \bar{i}_S}{\omega} \quad (4.19)$$

Volendo quindi ottenere il flusso rotorico $\bar{\varphi}_R^S$ dalla relazione (4.19), come precedentemente affrontato nel Capitolo 3, si esegue:

$$\bar{\varphi}_R^S = \frac{L_R}{M} [\bar{\varphi}_S - \sigma L_S \bar{i}_S] \quad (4.20)$$

L'equazione (4.20) è rappresentata nello schema di Figura 4.15 utilizzando i parametri di macchina relativi allo spazio 3.

Ottenuta la componente positiva e negativa del flusso rotorico e della corrente statorica nello spazio 3 è possibile effettuare la stima della velocità meccanica.

In Figura 4.16 è mostrata la sezione dello schema di controllo di Figura 4.13 relativa alla stima della velocità meccanica del rotore.

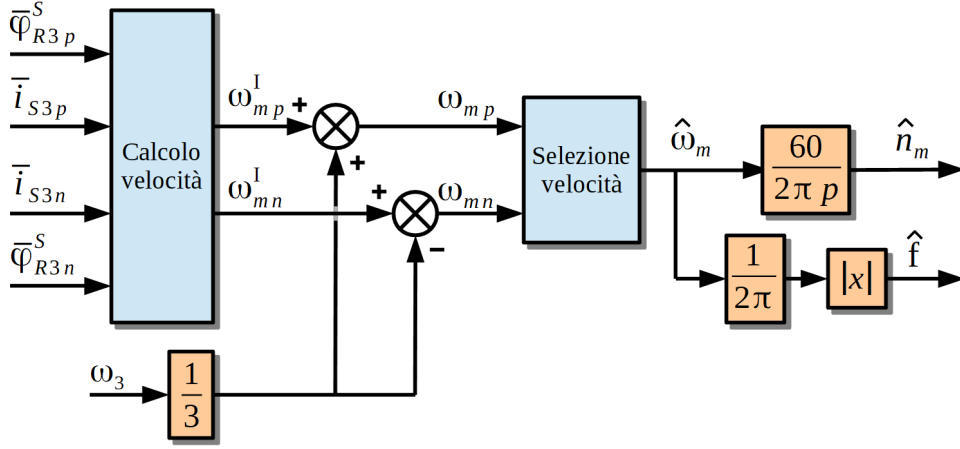


Figura 4.16: Sezione di Figura 4.13: stima della velocità meccanica della macchina.

In Figura 4.13 è possibile notare la presenza delle velocità ω_{mp} e ω_{mn} , ottenute effettuando la stima della velocità meccanica utilizzando rispettivamente l'armonica positiva o quella negativa delle grandezze elettromagnetiche. Tali velocità sarebbero teoricamente coincidenti ma, di fatto, differiscono poiché l'armonica positiva e quella negativa del flusso rotorico non si mantengono uguali in modulo e fase durante la rotazione della macchina. La componente che ruota con verso concorde alla rotazione del rotore presenta infatti il modulo crescente con la velocità di rotazione, mentre la componente rotante con verso discorde ne subisce una riduzione significativa.

La componente rotante in senso concorde porta quindi ad una stima migliore della velocità. Per tale motivo viene effettuata la selezione della velocità in seguito al calcolo di ω_{mp} e ω_{mn} .

Si considerano ora l'equazione di rotore (4.21) e l'equazione del flusso rotorico (4.22):

$$\bar{v}_R = 0 = R_R \bar{i}_R + \frac{d \bar{\varphi}_R}{dt} - j\omega_m \bar{\varphi}_R \quad (4.21)$$

$$\bar{\varphi}_R = L_R \bar{i}_R + M \bar{i}_S \quad (4.22)$$

Esplicitando la corrente di rotore \bar{i}_R :

$$\bar{i}_R = \frac{\bar{\varphi}_R - M \bar{i}_S}{L_R} \quad (4.23)$$

ed inserendola nell'equazione di rotore (4.21) si ottiene:

$$0 = \frac{R_R}{L_R} \bar{\varphi}_R + \frac{R_R M}{L_R} \bar{i}_S + \frac{d \bar{\varphi}_R}{dt} - j\omega_m \bar{\varphi}_R \quad (4.24)$$

Definendo la costante di tempo rotorica τ_R come:

$$\tau_R = \frac{L_R}{R_R} \quad (4.25)$$

si ha:

$$0 = \frac{1}{\tau_R} \bar{\varphi}_R + \frac{M}{\tau_R} \bar{i}_S + \frac{d \bar{\varphi}_R}{dt} - j\omega_m \bar{\varphi}_R \quad (4.26)$$

$$M \bar{i}_S = \bar{\varphi}_R - j\omega_m \tau_R \bar{\varphi}_R + \tau_R \frac{d \bar{\varphi}_R}{dt} \quad (4.27)$$

Si considerano ora la corrente statorica ed il flusso rotorico costituiti dalla componente positiva e negativa:

$$\bar{i}_S = \bar{i}_{Sp} + \bar{i}_{Sn} = |I_{Sp}| e^{j\omega t} + |I_{Sn}| e^{-j\omega t} \quad (4.28)$$

$$\bar{\varphi}_R = \bar{\varphi}_{Rp} + \bar{\varphi}_{Rn} = |\varphi_{Rp}| e^{j\omega t} + |\varphi_{Rn}| e^{-j\omega t} \quad (4.29)$$

Facendo riferimento alla sola componente positiva di corrente statorica e flusso rotorico, l'equazione (4.27) risulta:

$$M \bar{i}_{Sp} = \bar{\varphi}_{Rp} - j\omega_{mp} \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} + \tau_R \frac{d \bar{\varphi}_{Rp}}{dt} \quad (4.30)$$

Definendo:

$$\bar{\varphi}_{Rp} = |\varphi_{Rp}| e^{j\omega t} \quad (4.31)$$

la derivata nel tempo della componente positiva del flusso assume la seguente forma:

$$\frac{d \bar{\varphi}_{Rp}}{dt} = j\omega |\varphi_{Rp}| e^{j\omega t} = j\omega \bar{\varphi}_{Rp} \quad (4.32)$$

Inserendo ora la (4.32) nell'equazione (4.27) si ha:

$$M \bar{i}_{Sp} = \bar{\varphi}_{Rp} - j\omega_{mp} \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} + j\omega \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} \quad (4.33)$$

Tenendo conto anche della componente negativa, essendo indipendente dalla positiva, l'equazione (4.27) può essere suddivisa in due:

$$\begin{cases} M \bar{i}_{Sp} = \bar{\varphi}_{Rp} - j\omega_{mp} \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} + j\omega \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} \\ M \bar{i}_{Sn} = \bar{\varphi}_{Rn} - j\omega_{mn} \tau_R \bar{\varphi}_{Rn} - j\omega \tau_R \bar{\varphi}_{Rn} \end{cases} \quad (4.34)$$

$$\begin{cases} M \bar{i}_{Sp} = \bar{\varphi}_{Rp} + j(\omega - \omega_{mp}) \tau_R \bar{\varphi}_{Rp} \\ M \bar{i}_{Sn} = \bar{\varphi}_{Rn} + j(-\omega - \omega_{mn}) \tau_R \bar{\varphi}_{Rn} \end{cases} \quad (4.35)$$

Considerando l'equazione relativa alla componente positiva delle (4.35), eseguendo il seguente prodotto scalare si ha:

$$M \bar{i}_{Sp} \cdot j \bar{\varphi}_{Rp} = (\omega - \omega_{mp}) \tau_R |\varphi_R|^2 \quad (4.36)$$

Di conseguenza, dalle relazioni (4.35), si ottiene:

$$\begin{cases} \omega - \omega_{mp} = \frac{M \bar{i}_{Sp} \cdot j \bar{\varphi}_{Rp}}{\tau_R |\varphi_{Rp}|^2} \\ -\omega - \omega_{mn} = \frac{M \bar{i}_{Sn} \cdot j \bar{\varphi}_{Rn}}{\tau_R |\varphi_{Rn}|^2} \end{cases} \quad (4.37)$$

Le relazioni (4.37), nel caso dello spazio 3, assumono la seguente forma:

$$\begin{cases} \omega_3 - 3 \omega_{mp} = \frac{M_3 \bar{i}_{S3p} \cdot j \bar{\varphi}_{R3p}}{\tau_{R3} |\varphi_{R3p}|^2} \\ -\omega_3 - 3 \omega_{mn} = \frac{M_3 \bar{i}_{S3n} \cdot j \bar{\varphi}_{R3n}}{\tau_{R3} |\varphi_{R3n}|^2} \end{cases} \quad (4.38)$$

ed esplicitando ω_{mp} ed ω_{mn} si giunge alle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \omega_{mp} = \frac{1}{3} \frac{M_3 \bar{i}_{S3p} \cdot j \bar{\varphi}_{R3p}}{\tau_{R3} |\varphi_{R3p}|^2} + \frac{1}{3} \omega_3 \\ \omega_{mn} = \frac{1}{3} \frac{M_3 \bar{i}_{S3n} \cdot j \bar{\varphi}_{R3n}}{\tau_{R3} |\varphi_{R3n}|^2} - \frac{1}{3} \omega_3 \end{cases} \quad (4.39)$$

Le relazioni (4.39) sono implementate in Figura 4.13 col sottosistema *Calcolo velocità* e con i due seguenti sommatori.

Dato che la velocità stimata corrispondente all'armonica di flusso rotante in modo concorde col rotore è affetta da un errore, funzione della velocità, inferiore rispetto alla componente controrotante, viene impiegato il sottosistema *Selezione velocità* dove viene effettuata la scelta della velocità con minore errore, determinata a seconda del segno di entrambe. Viene infatti inviata in uscita la velocità relativa alla componente negativa solamente quando entrambe le velocità sono inferiori a zero, in caso contrario viene selezionata la velocità corrispondente alla componente positiva.

4.2.2 Anello di controllo di corrente

Lo schema dell'anello di controllo di corrente implementato nello spazio 3 è mostrato in Figura 4.17.

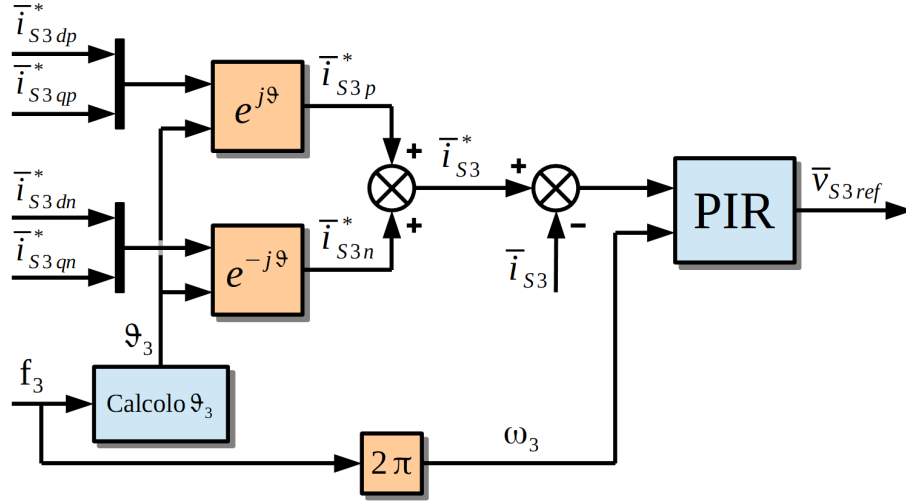


Figura 4.17: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di corrente dello spazio 3.

Il sistema in Figura 4.17 riceve in ingresso i riferimenti costanti delle componenti positiva e negativa della corrente statorica di spazio 3 sotto forma di

componenti d e q . Un ulteriore ingresso del sistema è rappresentato dalla frequenza di iniezione delle correnti, utilizzata per la generazione dei riferimenti e come input del regolatore risonante, che riceverà in ingresso anche l'errore di corrente ottenuto dalla differenza della somma dei riferimenti di corrente col vettore di spazio 3 delle correnti di statore misurate.

Il regolatore risonante fornisce in uscita il vettore di spazio 3 di riferimento delle tensioni statoriche, utilizzato nell'osservatore di flusso di spazio 3 descritto in precedenza, oltre che dall'inverter a sette fasi in seguito all'antitrasformazione di Clarke.

A causa di inevitabili errori introdotti dalla discretizzazione, iniettare le correnti statoriche di spazio 3 a frequenza fissa causa errori di stima al variare della velocità. Anche solo modificando la frequenza secondo una relazione lineare si ottiene un miglioramento significativo di tale stima. La relazione utilizzata durante le simulazioni è stata determinata a tentativi, osservando l'errore commesso a seconda della frequenza iniettata, a diverse velocità.

A monte del blocco in cui viene applicata la relazione lineare appena descritta è posizionato un filtro passa basso, con frequenza di taglio 1 Hz , utilizzato per ridurre l'ampiezza di eventuali oscillazioni presenti sul segnale della frequenza.

L'anello di controllo di corrente di Figura 4.17 viene pertanto preceduto dal sottosistema che si occupa della determinazione della frequenza da iniettare, rappresentato in Figura 4.18, in funzione della frequenza corrispondente alla velocità meccanica stimata, determinata nello schema in Figura 4.16.

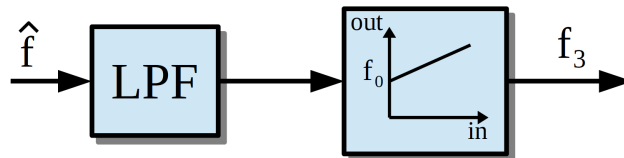


Figura 4.18: Rappresentazione schematica del sottosistema atto a determinare la frequenza delle correnti iniettate nello spazio 3.

Taratura del regolatore

Il regolatore di corrente del precedente anello di controllo viene tarato effettuando la *cancellazione polo-zero*, utilizzando la toolbox *sisotool* presente

in Matlab. Trattandosi di un regolatore risonante PIR, la taratura viene svolta considerando una coppia di regolatori implementati nei riferimenti sincroni rotanti a pulsazione ω_3 e $-\omega_3$ con guadagni dimezzati.

In Figura 4.19 vengono mostrati i diagrammi di Bode del sistema in anello aperto, mentre in Figura 4.20 ne viene mostrato il luogo delle radici.

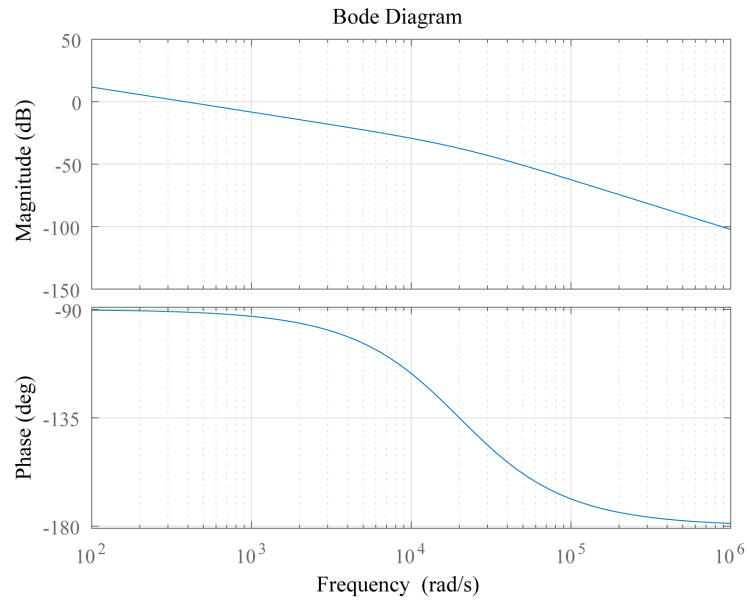


Figura 4.19: Diagrammi di Bode del sistema in anello aperto.

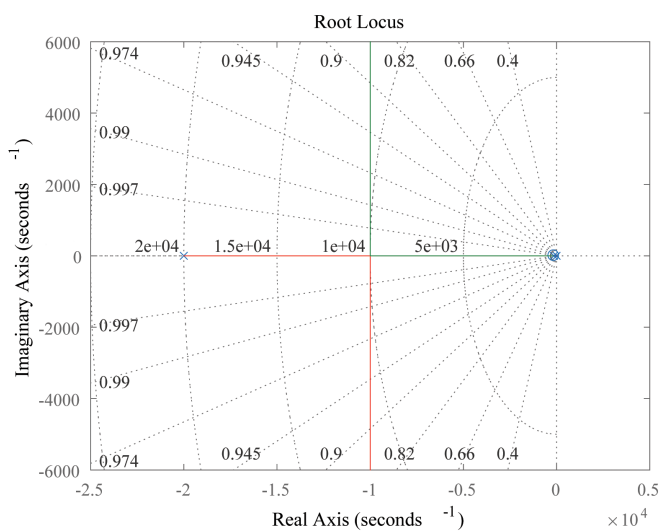


Figura 4.20: Luogo delle radici del sistema in anello aperto.

In Figura 4.21 viene mostrata la risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

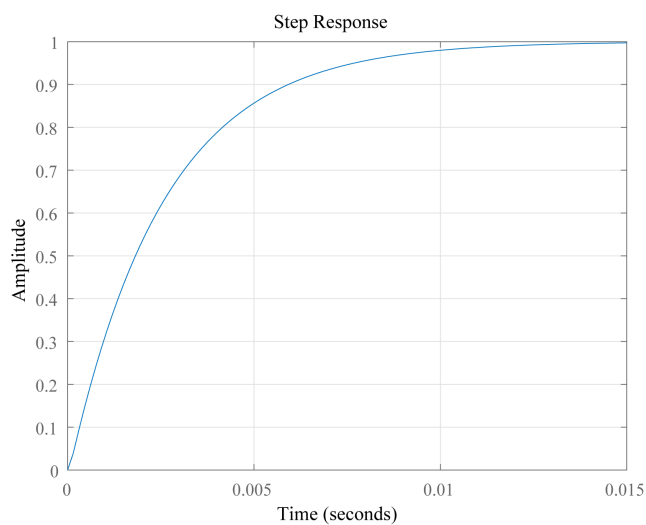


Figura 4.21: Risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

4.3 Spazio 5

Come anticipato in precedenza, in questo sistema di controllo lo spazio 5 di macchina non viene utilizzato pertanto vengono posti a zero i riferimenti di corrente presenti nell'anello di corrente corrispondente, descritto nel seguente paragrafo.

4.3.1 Anello di controllo di corrente

Lo schema dell'anello di controllo di corrente implementato nello spazio 5 è mostrato in Figura 4.22.

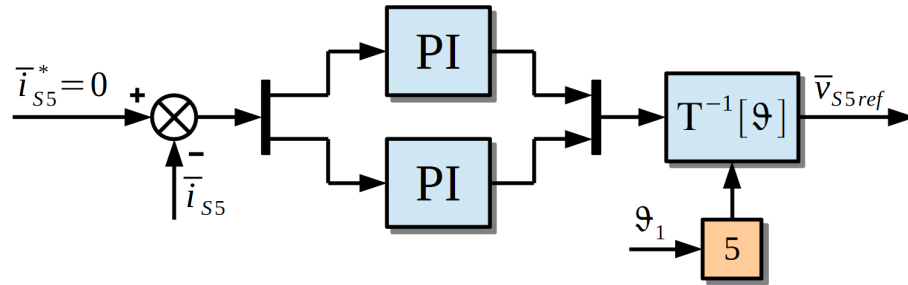


Figura 4.22: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di corrente dello spazio 5.

Nello schema in Figura 4.22 l'errore dato dal confronto del riferimento, posto a zero, col vettore di spazio 5 delle correnti statoriche, ottenuto mediante trasformazione di Clarke e Park, viene inviato ai regolatori PI e la loro uscita viene riportata sul sistema di riferimento statorico applicando l'antitrasformazione di Park, ottenendo così il vettore di spazio 5 di riferimento delle tensioni statoriche.

Capitolo 5

Sistema di controllo 2

Il modello della macchina asincrona a sette fasi ottenuto nel Capitolo 2 ha mostrato la possibilità di effettuare il controllo della macchina agendo negli spazi 1, 3 e 5 in modo indipendente.

Il sistema di controllo introdotto in questo capitolo è costituito dallo stesso controllo ad orientamento di campo, effettuato nello spazio 1, presentato nel sistema di controllo analizzato nel Capitolo 4. In questo sistema però, sia nell'osservatore di flusso di spazio 1 che nell'anello di controllo di velocità è stata sostituita la velocità misurata dall'encoder, che ora viene utilizzata solo a scopo di confronto, con la stima ottenuta dallo spazio 3, chiudendo l'anello di controllo in modo sensorless.

Anche in questo caso lo spazio 5 di macchina viene trascurato, ponendone a zero i riferimenti nel corrispondente anello di controllo di corrente.

Ciò che contraddistingue questo sistema di controllo da quello del Capitolo 4 è il sottosistema che si occupa della stima della velocità meccanica di rotazione del rotore, implementato nello spazio 3, descritto nel seguente paragrafo.

5.1 Spazio 3: Stima della velocità meccanica

Nel sistema di controllo introdotto in questo capitolo, nello spazio 3 avviene la stima della velocità meccanica di rotazione del motore.

Per effettuare tale stima viene sfruttata la possibilità di iniettare un'armonica spaziale del terzo ordine del campo magnetico, indipendente dalla fondamentale, mantenendola sincrona col rotore. Per ottenere un comportamento

stabile anche in prossimità di velocità nulle, la frequenza di iniezione dell'armonica spaziale viene mantenuta al di sopra di un determinato valore di soglia, in modo da facilitare la stima del flusso e scongiurare l'effetto di deriva dovuto agli offset di corrente e velocità.

Nonostante questo sistema sia teoricamente capace di funzionare a velocità molto bassa, la direzione di rotazione non può essere invertita [5].

Vengono di seguito descritti l'osservatore di flusso e l'anello di controllo di corrente che costituiscono il sistema di controllo implementato nello spazio 3.

5.1.1 Osservatore di flusso

Lo schema dell'osservatore di flusso utilizzato nello spazio 3 è mostrato in Figura 5.1.

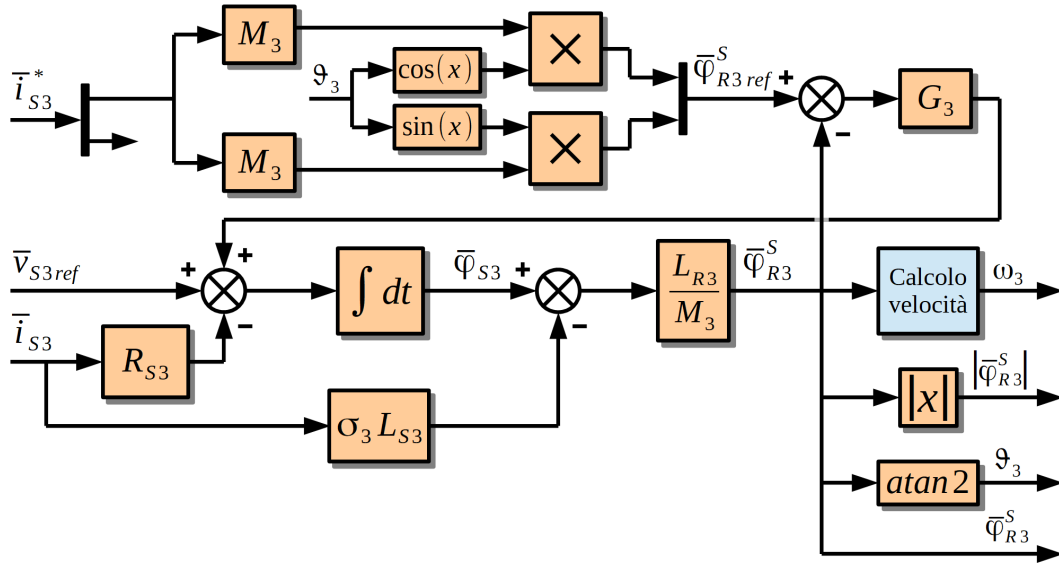


Figura 5.1: Rappresentazione schematica dell'osservatore di flusso dello spazio 3.

Il sistema rappresentato in Figura 5.1 è costituito principalmente dallo stimatore di flusso di Luenberger descritto nel Capitolo 3, utilizzato perché caratterizzato da retroazione, così da ridurre il peso degli inevitabili errori commessi nella conoscenza dei parametri.

L'osservatore di flusso è infatti realizzato integrando la seguente relazione:

$$\frac{d \bar{\varphi}_{S3}}{dt} = \bar{v}_{S3} - R_S \bar{i}_{S3} + G_3 (\bar{\varphi}_{R3ref}^S - \bar{\varphi}_{R3}^S) \quad (5.1)$$

dove G_3 rappresenta il guadagno di retroazione dello stimatore di flusso di Luenberger, ed applicando:

$$\bar{\varphi}_{R3}^S = \frac{L_{R3}}{M_3} \left(\bar{\varphi}_{S3} - \sigma_3 L_{S3} \bar{i}_{S3}^S \right) \quad (5.2)$$

Nella relazione (5.1) il valore di riferimento del flusso rotorico di spazio 3 è dato da:

$$\bar{\varphi}_{R3ref}^S = M_3 I_{S3d,ref} e^{j\theta_3} \quad (5.3)$$

dove $I_{S3d,ref}$ è il riferimento di corrente imposto per la produzione del flusso e θ_3 corrisponde alla fase del vettore di spazio 3 del flusso rotorico nel sistema di riferimento statorico, ottenuta con:

$$\theta_3 = \arg(\bar{\varphi}_{R3}^S) \quad (5.4)$$

L'angolo θ_3 così ottenuto viene impiegato anche nel resto del sistema di controllo nelle trasformazioni di Park, e nelle relative antritransformazioni, in modo tale da ottenere le grandezze elettromagnetiche di interesse nel sistema di riferimento d - q , orientato con l'asse d nella direzione del flusso rotorico di spazio 3.

Il sottosistema in cui viene effettuato il calcolo della velocità del flusso rotorico di spazio 3 presente in Figura 5.1 viene implementato considerando l'equazione (5.5):

$$\omega_3 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\bar{\varphi}_{R3}^S}{|\bar{\varphi}_{R3}^S|} \right) \cdot j \frac{\bar{\varphi}_{R3}^S}{|\bar{\varphi}_{R3}^S|} \quad (5.5)$$

L'equazione (5.5) è rappresentata dallo schema in Figura 5.2.

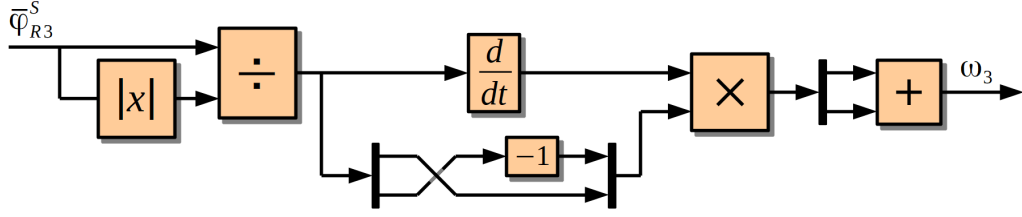


Figura 5.2: Rappresentazione schematica del sottosistema "Calcolo velocità" presente nello schema di Figura 5.1.

La velocità di rotazione del flusso rotorico di spazio 3, ω_3 , viene utilizzata, insieme al flusso rotorico e statorico, nella compensazione in avanti della forza elettromotrice, nell'anello di corrente dello spazio 3.

5.1.2 Anello di controllo di corrente

Lo schema dell'anello di controllo di corrente implementato nello spazio 3 è mostrato in Figura 5.3.

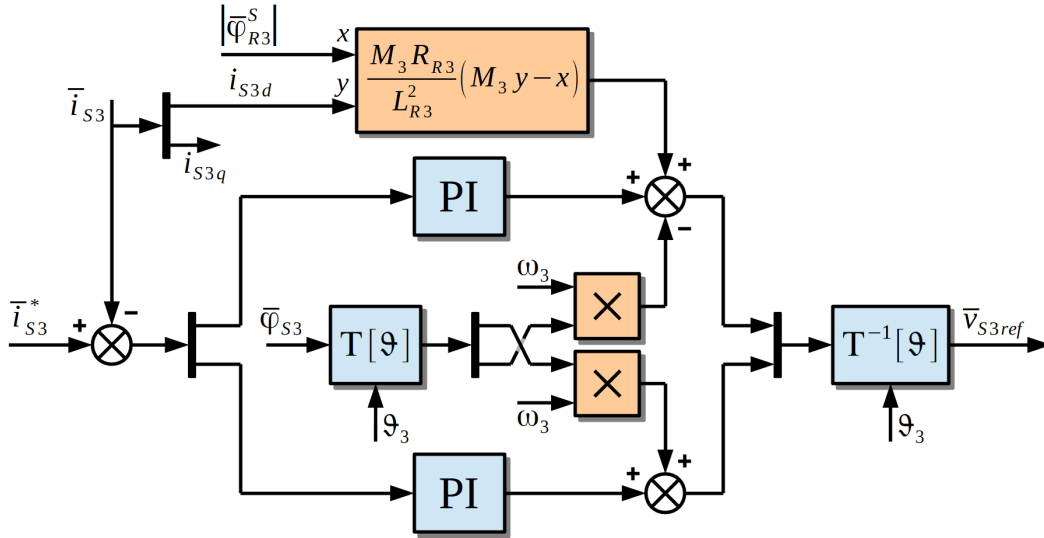


Figura 5.3: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di corrente dello spazio 3.

Nello schema rappresentato in Figura 5.3 viene effettuato il confronto tra il riferimento di corrente statorica di spazio 3, relativo al sistema di riferimento sincrono col flusso rotorico di spazio 3 ed ottenuto dal sistema descritto in seguito, col vettore di spazio 3 delle correnti statoriche. L'errore di corrente statorica di spazio 3 così ricavato viene quindi inviato ai due regolatori PI, uno dedicato all'asse d e l'altro all'asse q .

Nel sistema in Figura 5.3 è inoltre presente la compensazione in avanti delle forze elettromotrici, inserita a valle dei regolatori PI e determinata utilizzando le grandezze ottenute dall'osservatore di flusso di spazio 3. L'applicazione dell'antitrasformazione di Park permette infine di ottenere il riferimento di tensione statorica relativo al vettore di spazio 3, nel sistema di riferimento sincrono con lo statore.

Taratura del regolatore

Il regolatore di corrente del precedente anello di controllo viene tarato effettuando la *cancellazione polo-zero*, utilizzando la toolbox *sisotool* presente in Matlab.

In Figura 5.4 vengono mostrati i diagrammi di Bode del sistema in anello aperto, mentre in Figura 5.5 ne viene mostrato il luogo delle radici.

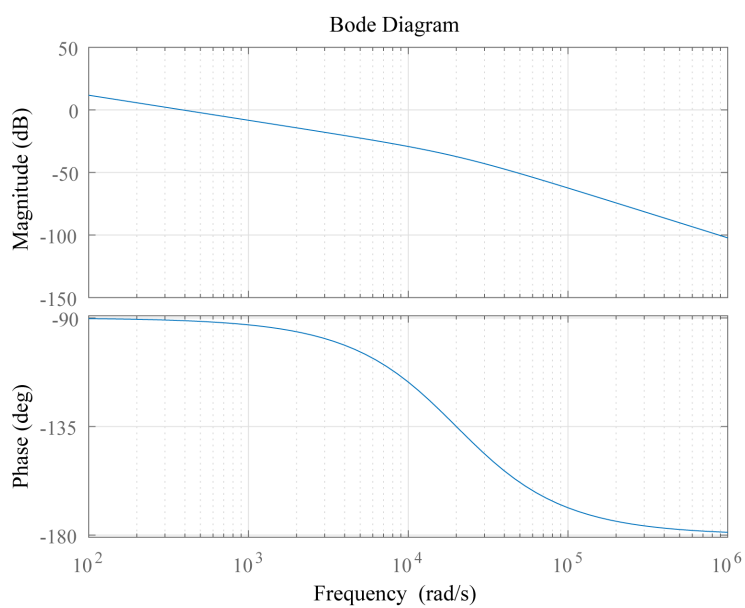
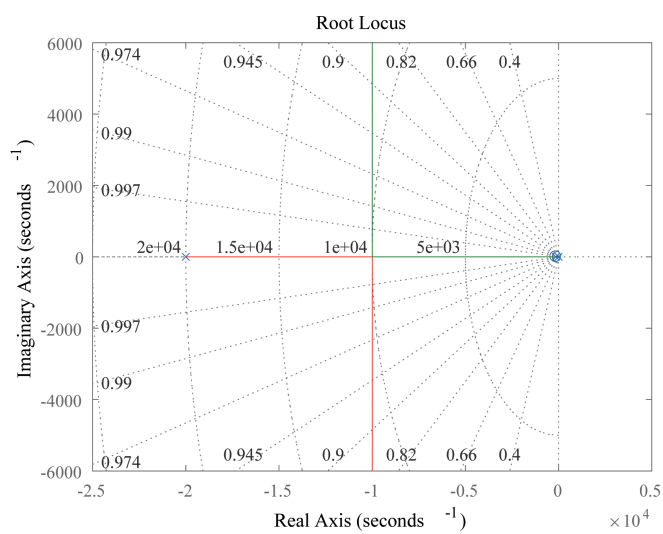


Figura 5.4: Diagrammi di Bode del sistema in anello aperto.



In Figura 5.6 viene mostrata la risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

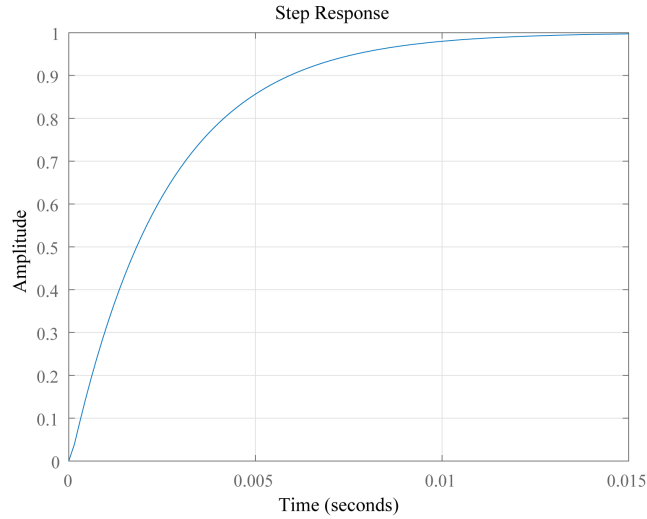


Figura 5.6: Risposta al gradino unitario del sistema in anello chiuso.

Determinazione del riferimento di corrente statorica di spazio 3

L'anello di controllo di corrente di spazio 3 è preceduto dal sistema rappresentato in Figura 5.7, in cui viene determinato il riferimento di corrente statorica di spazio 3.

Dato che le prestazioni dell'osservatore di flusso peggiorano al decrescere della velocità meccanica, non essendo osservabili a frequenza zero le variabili rotoriche, la pulsazione relativa allo spazio 3, ω_3 , viene mantenuta al di sopra di un valore di soglia che possa garantire un comportamento stabile [5].

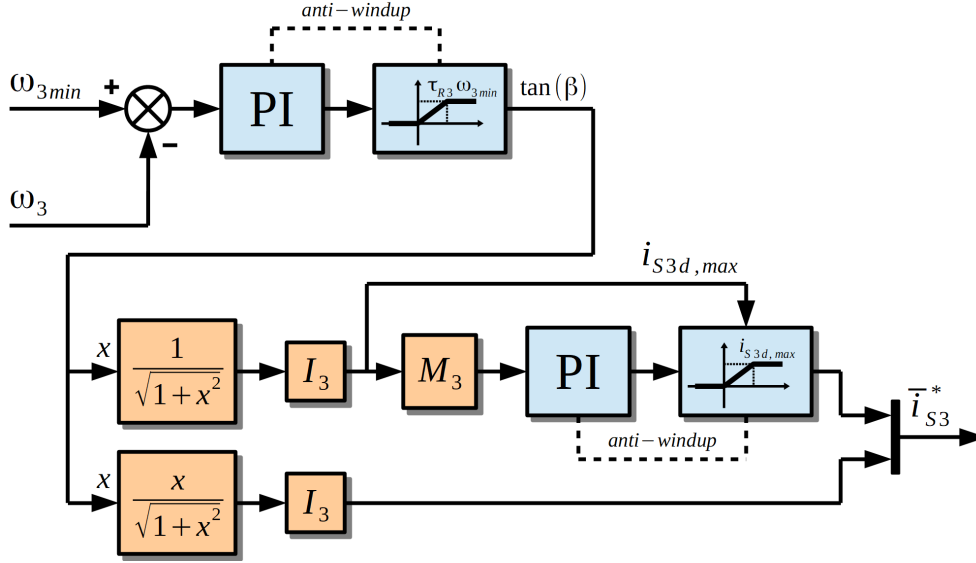


Figura 5.7: Rappresentazione schematica dell'anello di controllo di corrente dello spazio 3.

Si considera quindi la seguente equazione del flusso rotorico di spazio 3:

$$\bar{\varphi}_{R3} = M_3 \bar{i}_{S3} + L_{R3} \bar{i}_{R3} \quad (5.6)$$

Esplicitando la corrente rotorica di spazio 3 della (5.6):

$$\bar{i}_{R3} = \frac{\bar{\varphi}_{R3} - M_3 \bar{i}_{S3}}{L_{R3}} \quad (5.7)$$

inserendola nella seguente equazione di rotore di spazio 3:

$$0 = R_{R3} \bar{i}_{R3} + \frac{d}{dt} \bar{\varphi}_{R3} + j(\omega_3 - 3\omega_m) \bar{\varphi}_{R3} \quad (5.8)$$

e proiettando tale risultato sull'asse q si giunge alla seguente *equazione degli scorrimenti*:

$$\tau_{R3} (\omega_3 - 3\omega_m) \bar{\varphi}_{R3} = M_3 i_{S3q} \quad (5.9)$$

dove i_{S3q} è la componente q del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche \bar{i}_{S3} . Proiettando invece sull'asse d si ottiene il valore a regime del flusso rotorico di spazio 3:

$$\bar{\varphi}_{R3} = M_3 i_{S3d} \quad (5.10)$$

dove i_{S3d} è la componente d del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche \bar{i}_{S3} .

In condizioni di regime, sostituendo la relazione (5.10) nella (5.9) si ottiene la seguente espressione della velocità meccanica del rotore:

$$\omega_m = \frac{1}{3} \left(\omega_3 - \frac{1}{\tau_{R3}} \tan(\beta) \right) \quad (5.11)$$

dove β rappresenta l'angolo di fase del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche \bar{i}_{S3} .

Dalla (5.11) è possibile notare che con β diverso da zero viene prodotta una pulsazione di scorrimento che rende ω_3 differente da $3 \omega_m$. Di conseguenza, quando la velocità meccanica ω_m è prossima allo zero, risulta possibile mantenere la velocità angolare ω_3 al di sopra del valore di soglia $\omega_{3,min}$ scegliendo un valore di β che soddisfi la seguente disequazione:

$$\omega_3 = 3\omega_m + \frac{1}{\tau_{R3}} \tan(\beta) \geq \omega_{3,min} \quad (5.12)$$

La scelta di un valore di β non nullo rende positiva la componente q del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche i_{S3q} , comportando di conseguenza la produzione di una coppia elettromagnetica dallo spazio 3 di macchina, la cui equazione è:

$$c_{em3} = \frac{21}{2} p \frac{M_3}{L_{R3}} j \bar{\varphi}_{R3} \cdot \bar{i}_{S3} \quad (5.13)$$

il cui effetto deve essere considerato come un disturbo da parte del sistema di controllo e correttamente compensato dall'anello di velocità.

L'equazione (5.11) permette inoltre di comprendere il limite del sistema di controllo presentato in questo capitolo, ovvero l'impossibilità di invertire di segno la velocità meccanica in quanto, durante il passaggio dalla velocità positiva alla negativa, la velocità angolare ω_3 e la velocità meccanica ω_m avrebbero segno opposto, comportando il funzionamento dello spazio 3 di macchina come freno, causando possibili instabilità dell'osservatore di flusso.

Il sistema appena descritto è rappresentato dallo schema di Figura 5.7, dove viene posto come riferimento il valore di soglia della velocità angolare del flusso rotorico di spazio 3, $\omega_{3,min}$, a monte di un regolatore PI saturato in modo tale da intervenire solo nel caso in cui la velocità ω_3 sia al di sotto

della precedente soglia. L'uscita di tale regolatore corrisponde alla tangente dell'angolo β introdotta nella relazione (5.11).

Quando si verifica la condizione:

$$\omega_{3,min} - \omega_3 < 0 \quad (5.14)$$

il regolatore PI aumenta l'angolo β fino al raggiungimento della saturazione imposta, nel caso invece si verifichi:

$$\omega_{3,min} - \omega_3 > 0 \quad (5.15)$$

si ha la riduzione di β fino al suo annullamento.

Per determinare il riferimento di corrente di spazio 3 da inviare all'anello di controllo di corrente precedentemente introdotto si utilizzano le seguenti relazioni trigonometriche:

$$\cos(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(x)}} \quad (5.16)$$

$$\sin(x) = \frac{\tan(x)}{\sqrt{1 + \tan^2(x)}} \quad (5.17)$$

Per la definizione di tale riferimento di corrente è inoltre necessario tenere conto dei limiti di corrente imposti dall'inverter. Considerando il funzionamento in regime sinusoidale, la corrente di fase erogata dall'inverter non può infatti superare un valore massimo indicato con I_M , che rappresenta una limitazione non facilmente adattabile al caso di correnti statoriche non sinusoidali, dato che il valore di I_M dipende dal comportamento termico degli interruttori statici di potenza presenti nei rami del convertitore.

Per semplicità, si assume che il valore efficace della corrente di fase non possa superare $I_M/\sqrt{2}$ ottenendo la seguente disequazione:

$$|\bar{i}_{S1}|^2 + |\bar{i}_{S3}|^2 \leq I_M^2 \quad (5.18)$$

Osservando la relazione (5.18), è chiaro che imporre un valore massimo, $I_{S3,max}$, al modulo del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche \bar{i}_{S3} renda l'intervallo di variazione del modulo del vettore di spazio 1 delle correnti statoriche, $|\bar{i}_{S1}|$, indipendente dal comportamento dell'osservatore di velocità implementato nello spazio 3 del sistema di controllo. Di conseguenza il riferimento del vettore \bar{i}_{S3} viene ottenuto applicando:

$$\bar{i}_{S3} = I_{S3,max} e^{j\beta} \quad (5.19)$$

dove il massimo valore dell'angolo β è ricavato dalla (5.12) in corrispondenza di velocità meccanica nulla, ottenendo:

$$\tan(\beta_{max}) = \omega_{3,min} \tau_{R3} \quad (5.20)$$

Il valore massimo dell'angolo β deve inoltre tenere conto del minimo valore rilevabile di flusso rotorico di spazio 3, $\varphi_{R3,min}$, comportando la seguente condizione:

$$M_3 \cos(\beta_{max}) I_{S3,max} \geq \varphi_{R3,min} \quad (5.21)$$

Per assicurarsi che il valore di picco del campo al traferro non causi la saturazione del ferro, la corrente magnetizzante i_{S1d} ed il valore di corrente $I_{S3,max}$ devono soddisfare la seguente condizione:

$$i_{S1d} + \frac{1}{3} I_{S3,max} \leq I_{S1d,rated} \quad (5.22)$$

dove $I_{S1d,rated}$ rappresenta la corrente magnetizzante nominale del motore alimentato da tensione sinusoidale senza l'iniezione di armoniche di campo di alto ordine.

In una macchina con una cava per polo per fase, il coefficiente di mutua induzione di spazio 3, M_3 , risulta circa un nono del coefficiente di spazio 1, M_1 . Di conseguenza, se $I_{S3,max}$ fosse uguale a $I_{S1d,rated}$, il flusso rotorico di spazio 3 φ_{R3} risulterebbe pari ad un nono del flusso rotorico nominale generato dalla fondamentale del campo magnetico, pertanto, volendo produrre un flusso rotorico di spazio 3 rilevabile, il valore di $I_{S3,max}$ non può differire in modo significativo da $I_{S1d,rated}$.

Tale osservazione è applicata nello schema in Figura 5.7 nel ramo relativo alla definizione della componente d del riferimento di corrente statorica di spazio 3.

Taratura dei regolatori

Il regolatore che riceve in ingresso il confronto tra la soglia $\omega_{3,min}$ e la stima ω_3 viene tarato al fine di avere una risposta dinamica accettabile.

Il secondo regolatore presente nello schema 5.7 non è stato implementato nelle prove sperimentali.

Stima della velocità meccanica

L'equazione (5.9) permette di effettuare la stima della velocità meccanica del rotore:

$$\omega_m = \frac{1}{3} \left(\omega_3 - \frac{M_3}{\tau_{R3}} \frac{i_{S3q}}{\bar{\varphi}_{R3}} \right) \quad (5.23)$$

In caso di corrente i_{S3q} nulla, il flusso rotorico di spazio 3 $\bar{\varphi}_{R3}$ e la corrente statorica di spazio 3 \bar{i}_{S3} risultano ortogonali, di conseguenza la coppia elettromagnetica prodotta dallo spazio 3, data dalla (5.13), risulta nulla, non comportando alcun disturbo sulla coppia principale c_{em1} . In tali condizioni, la velocità meccanica risulta pari ad un terzo della velocità angolare del vettore di spazio 3 del flusso rotorico.

L'equazione (5.23) costituisce la porzione del sistema in cui viene determinata la velocità meccanica, rappresentata nello schema in Figura 5.8, dove il flusso rotorico di spazio 3 è definito secondo la relazione (5.10).

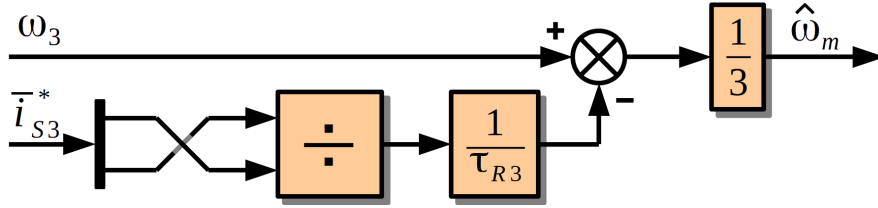


Figura 5.8: Rappresentazione schematica della determinazione della velocità meccanica del rotore, effettuata nello spazio 3.

5.2 Limiti di tensione

Risulta necessario considerare i limiti di tensione dovuti alla tensione disponibile sul bus DC, E_{DC} [5]. Ipotizzando che la strategia di modulazione riesca a sfruttare pienamente la tensione del bus DC, il modulo dei vettori di spazio di tensione statorica $\bar{v}_{S1,ref}$ e $\bar{v}_{S3,ref}$ deve soddisfare la seguente condizione:

$$\max_{h=1,2,3} \{A_{1,h} |\bar{v}_{S1,ref}| + A_{3,h} |\bar{v}_{S3,ref}|\} \leq E_{DC} \quad (5.24)$$

dove:

$$A_{\rho,h} = 2 \left| \sin \left(\frac{\pi \rho}{7} h \right) \right| \quad (5.25)$$

Risolvendo la relazione (5.24) per $|\bar{v}_{S1,ref}|$ si ha:

$$|\bar{v}_{S1,ref}| \leq \min_{h=1,2,3} \left\{ \frac{E_{DC} - A_{3,h} |\bar{v}_{S3,ref}|}{A_{1,h}} \right\} \quad (5.26)$$

La condizione (5.26) mostra che la tensione disponibile per il controllo della fondamentale di campo si riduce all'aumentare del modulo del riferimento di spazio 3 $\bar{v}_{S3,ref}$.

Capitolo 6

Setup sperimentale

Un azionamento elettrico è un sistema industriale che realizza la conversione dell'energia elettrica in energia meccanica e viceversa, costituito da:

- uno o più motori elettrici;
- il sistema di alimentazione;
- il sistema di controllo;
- sensori e circuiti di segnale;
- il carico meccanico.

Uno schema del sistema realizzato in questo lavoro di tesi è mostrato in Figura 6.1. In tale schema è presente il motore elettrico, una macchina asincrona a sette fasi, alimentato da un inverter a sette rami. Un *DSP (Digital Signal Processor)*, interfacciato col sistema mediante una scheda di adattamento dei segnali, si occupa del controllo di tale convertitore statico.

L'albero del motore asincrono a sette fasi è connesso, mediante un giunto elastico in cui è posizionato un torsionmetro, alla macchina in corrente continua ad eccitazione indipendente, la cui tensione di eccitazione viene controllata tramite un variac in modo da poterne regolare la coppia resistente esercitata all'albero del motore. Collegato all'armatura della macchina in corrente continua è presente un banco di resistenze su cui viene dissipata la potenza prodotta dalla macchina stessa.

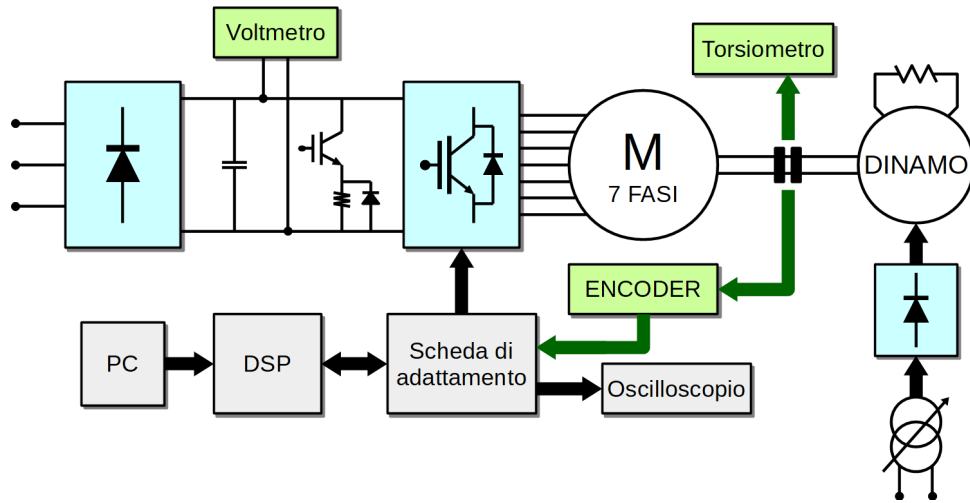


Figura 6.1: Rappresentazione schematica dell'azionamento realizzato [3].

Nei seguenti paragrafi sono analizzati i singoli blocchi costituenti l'azionamento.

6.1 Sistema di alimentazione

6.1.1 Bus DC, Raddrizzatore ed Inverter a sette fasi

Il sistema di alimentazione dell'azionamento, il cui schema è mostrato in Figura 6.2, è costituito da:

- Raddrizzatore trifase;
- Bus DC, dotato di *ramo di frenatura* e *condensatori di livellamento*;
- Inverter a sette fasi.

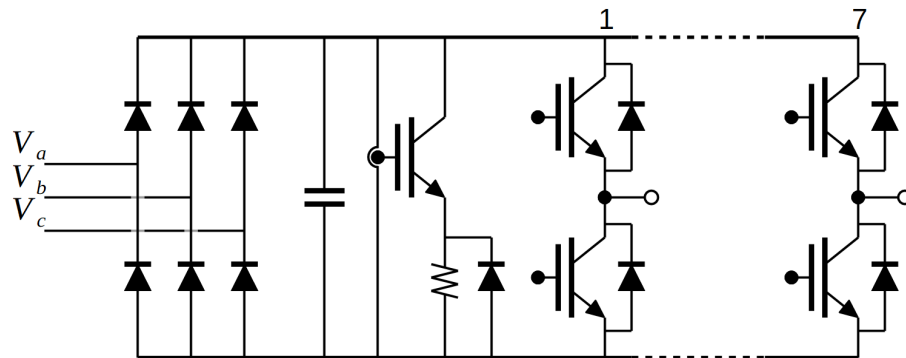


Figura 6.2: Schema del sistema di alimentazione dell'azionamento [3].

Il sistema di Figura 6.2, insieme ai relativi circuiti di controllo, è realizzato con quattro livelli sovrapposti di schede elettroniche (vedi Figura 6.3), così costituite:

- nel primo livello, a contatto col dissipatore statico, è posizionato lo stadio di potenza, composto dai quattordici interruttori statici dei rami dell'inverter, dai sensori di corrente ad effetto Hall e dai condensatori di livellamento;
- nel secondo livello è presente la scheda di interconnessione, che si occupa dell'alimentazione dei componenti, producendo 24 volt per gli interruttori statici, 5 volt per i sensori di corrente, 15 volt per i sensori di tensione;
- nel terzo livello viene effettuata la generazione dei comandi dei singoli rami dell'inverter e del ramo di frenatura, ottenuta con quindici schede di controllo;
- infine, nel quarto ed ultimo livello, è presente la scheda di generazione dei tempi morti. Tale scheda riceve i sette segnali di comando provenienti dal DSP e produce i quattordici segnali inviati agli interruttori statici dell'inverter, introducendo un tempo morto in modo da scongiurare possibili cortocircuiti del bus DC durante la commutazione dei rami.

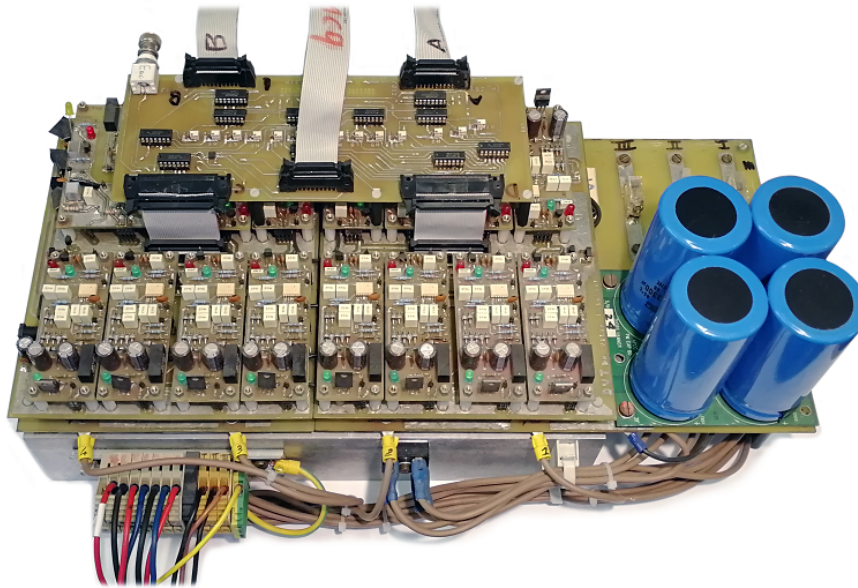


Figura 6.3: Foto delle schede elettroniche costituenti lo schema di Figura 6.2.

IGBT

Gli interruttori statici scelti per la realizzazione dei rami dell'inverter e del ramo di frenatura sono *IGBT* (*Insulated Gate Bipolar Transistor*). Tali componenti sono caratterizzati da frequenze di commutazione maggiori rispetto ai transistor bipolari *FET* (*Field Effect Transistor*).

Il modello impiegato è SKW30N60, mostrato in Figura 6.4.

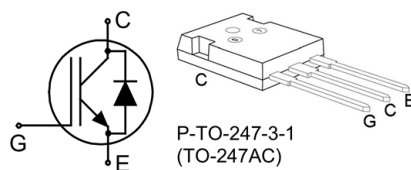


Figura 6.4: IGBT SKW30N60 [6].

Essendo dispositivi unidirezionali in corrente, gli IGBT sono dotati di un diodo di libera circolazione posto in parallelo.

Le caratteristiche del componente scelto sono mostrate in Figura 6.5.

Type	V_{CE}	I_C	$V_{CE(sat)}$	T_j	Package	Ordering Code
SKW30N60	600V	30A	2.5V	150°C	TO-247AC	Q67040-S4244

Maximum Ratings			
Parameter	Symbol	Value	Unit
Collector-emitter voltage	V_{CE}	600	V
DC collector current	I_C	41	A
$T_C = 25^\circ\text{C}$		30	
$T_C = 100^\circ\text{C}$			
Pulsed collector current, t_p limited by T_{jmax}	I_{Cpuls}	112	
Turn off safe operating area	-	112	
$V_{CE} \leq 600\text{V}$, $T_j \leq 150^\circ\text{C}$			
Diode forward current	I_F	41	
$T_C = 25^\circ\text{C}$		30	
$T_C = 100^\circ\text{C}$			
Diode pulsed current, t_p limited by T_{jmax}	I_{Fpuls}	112	
Gate-emitter voltage	V_{GE}	± 20	V
Short circuit withstand time ¹⁾	t_{SC}	10	μs
$V_{GE} = 15\text{V}$, $V_{CC} \leq 600\text{V}$, $T_j \leq 150^\circ\text{C}$			
Power dissipation	P_{tot}	250	W
$T_C = 25^\circ\text{C}$			
Operating junction and storage temperature	T_j , T_{stg}	-55...+150	$^\circ\text{C}$

Figura 6.5: Caratteristiche dell'IGBT SKW30N60 [6].

Condensatori di livellamento

I condensatori di livellamento sono posti in parallelo ai rami dell'inverter e sono necessari al livellamento della tensione del bus DC. Dato che nel bus DC la corrente assorbita dai rami dell'inverter è impulsiva, tali condensatori si occupano anche delle richieste repentine di corrente.

I condensatori di livellamento vengono solitamente posizionati quanto più possibile vicino ai rami dell'inverter in modo da ridurre il valore delle induttanze parassite del collegamento dei condensatori stessi poichè darebbero luogo a tensioni non trascurabili in presenza di derivate di corrente elevate.

La capacità necessaria per ottenere a regime un ripple di massimo 10 volt è realizzata con quattro condensatori in poliestere aventi le seguenti caratteristiche:

- Capacità: $3300 \mu F$
- Tensione nominale: $300 V$

La tensione massima in uscita dal ponte a diodi trifase risulta:

$$V_{DC} = \sqrt{2} V_{conc,eff} = \sqrt{2} 380 \simeq 540 V \quad (6.1)$$

Considerando la tensione massima in uscita dal raddrizzatore, i condensatori scelti vengono collegati in parallelo come mostrato nello schema in Figura 6.6.

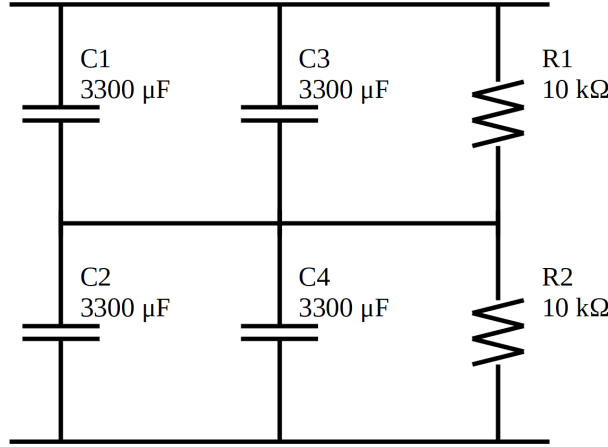


Figura 6.6: Schema di connessione dei condensatori di livellamento nel bus DC [3].

Nello schema di Figura 6.6 le resistenze poste in parallelo ai condensatori permettono di ripartire correttamente la tensione fra la serie di condensatori al costo di una ridotta dissipazione di energia, di fatti, la potenza massima dissipata dalle due resistenze vale:

$$P = \frac{V_{DC}^2}{2R} = \frac{540^2}{20000} = 14.5 W \quad (6.2)$$

Risulta quindi necessario adottare resistenze con potenza dissipabile superiore a circa 7.5 W ciascuna. In questa scheda elettronica sono infatti utilizzate resistenze da 11 W.

Ramo di frenatura

Lo scopo del ramo di frenatura presente nel bus DC è la dissipazione dell'energia recuperata dalla macchina asincrona in fase di frenatura. Il suo utilizzo è infatti dovuto alla presenza del raddrizzatore a monte che rende impossibile reintrodurre in rete l'energia recuperata durante la decelerazione del motore.

In assenza del ramo di frenatura, l'energia in arrivo dalla macchina asincrona verrebbe accumulata dai condensatori di livellamento fino al raggiungimento di un valore di tensione non sopportabile dai componenti connessi al bus DC. Per scongiurare tale situazione un sensore di tensione inserito nel bus DC, al superamento di una predefinita soglia di sicurezza, attiva il transistor del ramo di frenatura in modo da inserire in parallelo la resistenza.

Per il dimensionamento della resistenza del ramo di frenatura è necessario tener conto della dipendenza dalla velocità dell'energia cinetica prodotta dalla macchina asincrona in fase di frenatura, che risulta proporzionale alla differenza dei quadrati della velocità iniziale e di quella finale (vedi Figura 6.7). Per tale motivo, ad alta velocità, anche brevi frenature possono comportare la necessità di dissipare elevati valori di energia cinetica.

La resistenza del ramo di frenatura è stata dimensionata considerando l'intervento per una tensione del bus DC superiore a 350 V con corrente massima $I_{max} = 30$ A circolante sull'IGBT in fase di frenatura. Pertanto:

$$R > \frac{V}{I_{max}} = \frac{350}{20} = 17.5 \, \Omega \quad (6.3)$$

Il resistore scelto per il ramo di frenatura è da 22 Ω , con massima potenza dissipabile di 300 W.

Il diodo posto in parallelo presenta le medesime caratteristiche del diodo di libera circolazione, ovvero con:

$$\begin{aligned} I_{Fm} &= 40 \, A \\ V_{RRM} &= 600 \, V \end{aligned}$$

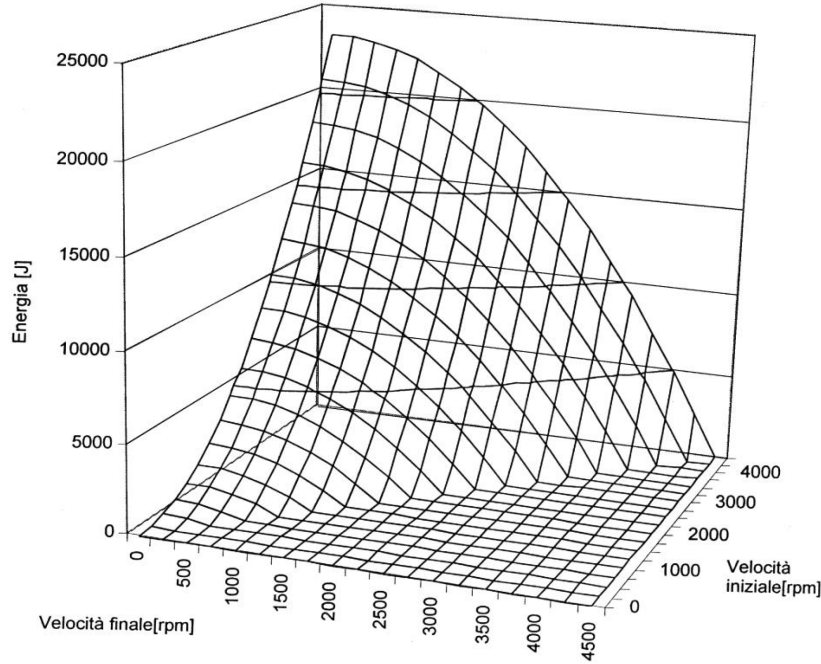


Figura 6.7: Energia prodotta in fase di frenatura in funzione di velocità iniziale e finale [3].

Compensazione dei tempi morti

L'inserimento dei tempi morti nelle commutazioni dei rami dell'inverter introduce un disturbo sulla tensione d'uscita di ogni ramo [1].

Durante il tempo morto entrambi gli IGBT del ramo considerato vengono mantenuti spenti, in corrispondenza di tale configurazione la tensione in uscita del ramo dipende dal segno della corrente di carico.

Considerando il generico ramo k -esimo, mostrato in Figura 6.8, la cui corrente di carico è identificata con i_k , durante il tempo morto la tensione di uscita assume il seguente valore:

- se $i_k > 0 \implies v_{k0} = 0$
- se $i_k < 0 \implies v_{k0} = V_{DC}$

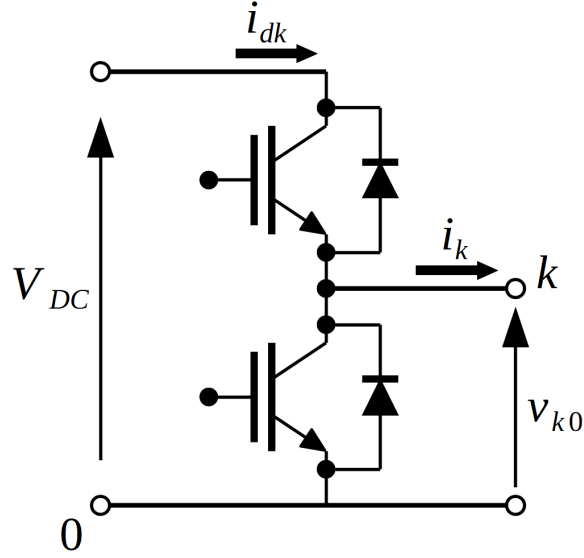


Figura 6.8: Rappresentazione del generico ramo k-esimo dell'inverter [1].

La presenza del tempo morto T_d comporta quindi una variazione del valore medio della tensione di uscita del ramo nel tempo di commutazione T_c pari a:

$$\frac{T_d}{T_c} V_{DC}$$

ottenendo così:

se $i_k > 0$:

$$v_{k0m} = v_{k0,ref} - \frac{T_d}{T_c} V_{DC} \quad (6.4)$$

se $i_k < 0$:

$$v_{k0m} = v_{k0,ref} + \frac{T_d}{T_c} V_{DC} \quad (6.5)$$

Le relazioni (6.4) e (6.5) definiscono l'errore prodotto dal tempo morto sulla tensione d'uscita del ramo k-esimo, che dipende dal verso della corrente.

Pertanto, conoscendo la durata del tempo morto T_d ed il verso della corrente di ogni ramo è possibile, ciclo per ciclo, compensare l'effetto dei tempi morti agendo sul valore della tensione di riferimento:

se $i_k > 0$:

$$v'_{k0,ref} = v_{k0,ref} + \frac{T_d}{T_c} V_{DC} \quad (6.6)$$

se $i_k < 0$:

$$v'_{k0,ref} = v_{k0,ref} - \frac{T_d}{T_c} V_{DC} \quad (6.7)$$

Questa tecnica di compensazione dei tempi morti fallisce però nei cicli in cui cambia segno la corrente di carico.

6.1.2 Variac

Le caratteristiche del Variac utilizzato sono mostrate nella Tabella 6.1.

Tabella 6.1: Caratteristiche principali del Variac [3].

Potenza nominale	23 <i>kVA</i>
Fasi	3
Frequenza	50 <i>Hz</i>
Tensione di alimentazione	380 <i>V</i>
Tensione di uscita	0 ÷ 420 <i>V</i>

6.1.3 Quadro elettrico

Lo schema del quadro elettrico di alimentazione del sistema è mostrato in Figura 6.9.

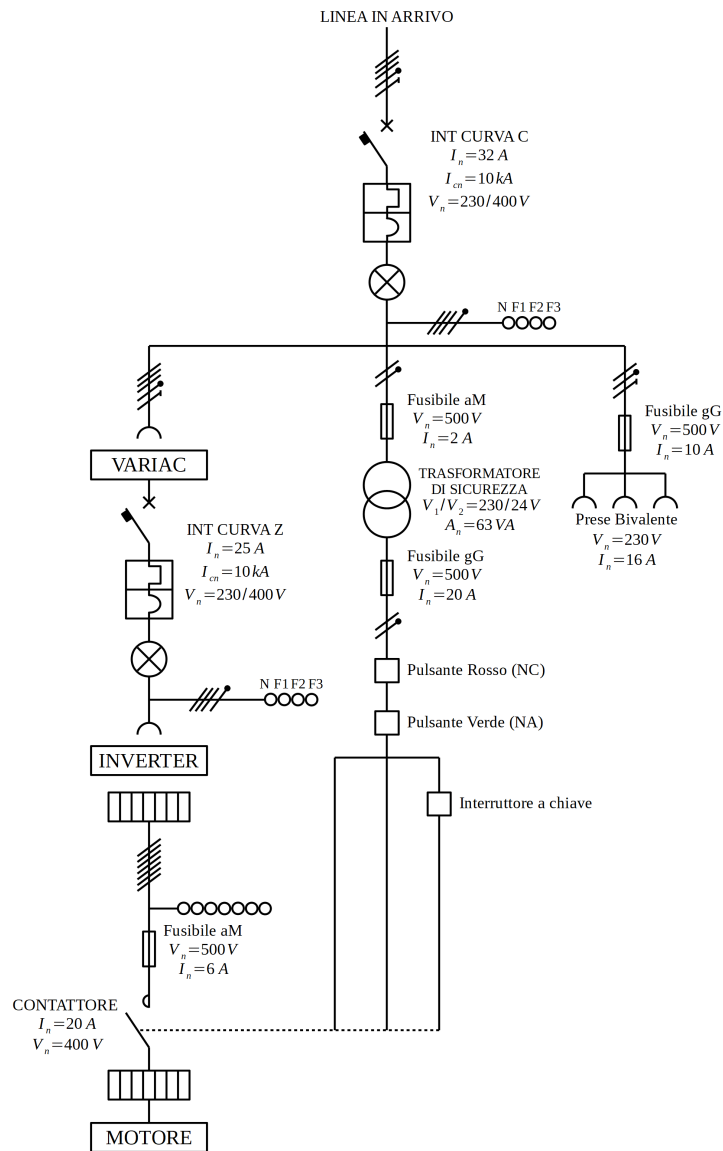


Figura 6.9: Schema del quadro elettrico [3].

6.2 Motore asincrono a sette fasi

Il motore asincrono a sette fasi oggetto di studio è mostrato in Figura 6.10.

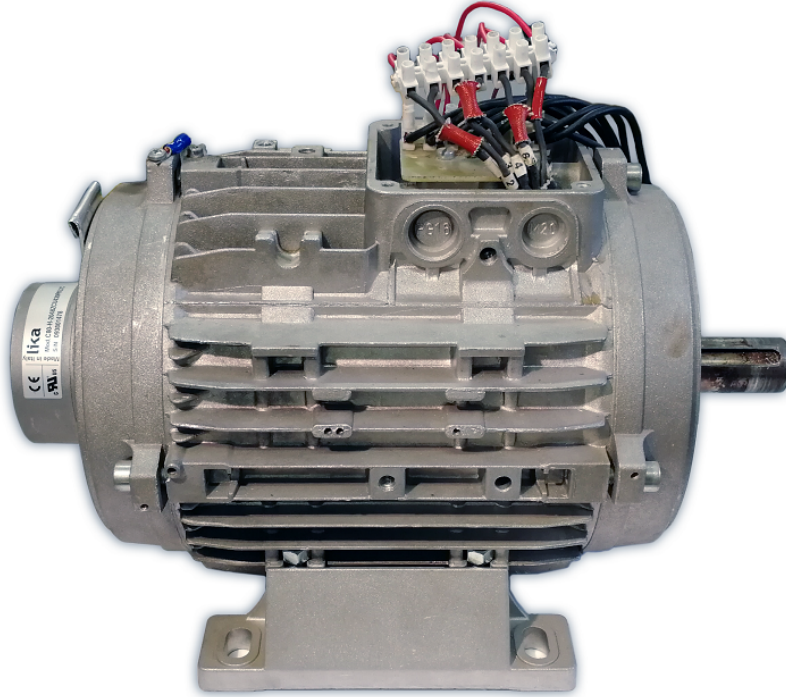


Figura 6.10: Foto del motore asincrono a sette fasi.

Il rotore di tale motore asincrono è a gabbia di scoiattolo, realizzato in modo analogo ad un comune motore asincrono trifase.

I parametri principali del motore asincrono a sette fasi utilizzato sono mostrati nella Tabella 6.2.

Tabella 6.2: Caratteristiche principali del motore asincrono a sette fasi.

Numero di fasi	7
Potenza nominale	3.6 <i>kW</i>
Scorrimento nominale	3.2 %
Coppia allo scorrimento nominale	25 <i>Nm</i>
Frequenza nominale	50 <i>Hz</i>
Tensione	230 <i>V</i>
Corrente nominale	6.22 <i>A</i>
Numero di poli	4
η	0.85
$\cos\varphi$	0.85
Collegamento delle fasi statoriche	Stella

Statore

In Figura 6.11 è possibile osservare il lamierino di statore, caratterizzato da 28 cave.

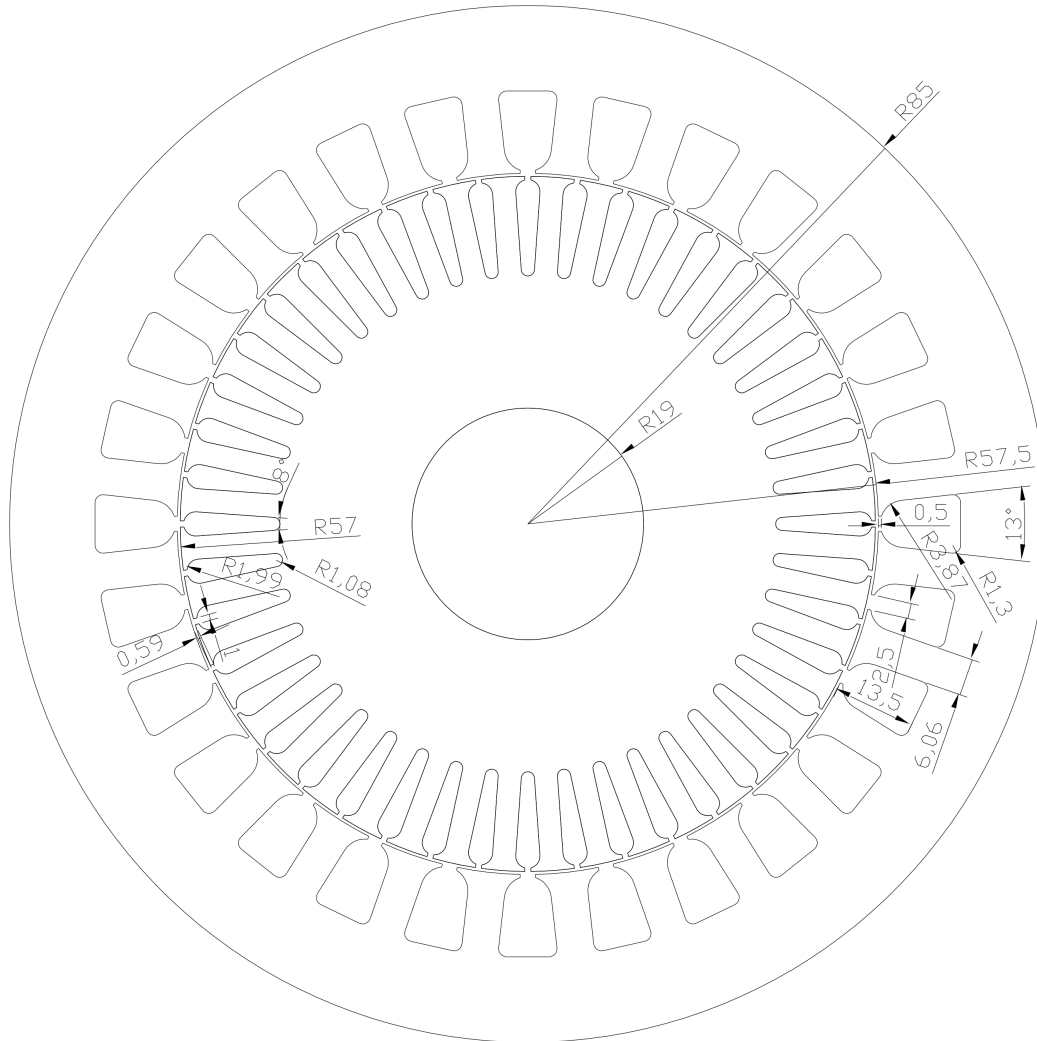


Figura 6.11: Rappresentazione dei lamierini di statore e di rotore del motore asincrono a sette fasi [3].

Le caratteristiche del lamierino di statore sono riportate nella Tabella 6.3.

Tabella 6.3: Caratteristiche del lamierino di statore [3].

Profondità pacco	140 mm
Bobine per fase	2
Passo	1 – 8
Raggio esterno della corona statorica	85 mm
Raggio al traferro	57.5 mm
Traferro	0.59 mm
Apertura cava	2.5 mm
Altezza apertura cava	0.5 mm
Spessore del dente	6.06 mm
Arco fondo cava	13°
Altezza della cava	13.5 mm
Raggio di curvatura fondo cava	1.3 mm
Raggio di curvatura inferiore	3.87 mm

Rotore

In Figura 6.11 è possibile osservare il lamierino di rotore, caratterizzato da 44 cave. Le barre rotoriche che costituiscono la gabbia di scoiattolo sono realizzate in alluminio pressofuso.

Le caratteristiche del lamierino di rotore sono riportate nella Tabella 6.4.

Tabella 6.4: Caratteristiche del lamierino di rotore [3].

Apertura di cava	1 mm
Altezza apertura di cava	0.59 mm
Raggio corona interno	19 mm
Raggio corona esterno	38 mm
Raggio esterno del rotore	57 mm
Arco fondo cava	8°
Raggio di curvatura fondo cava	1.08 mm
Raggio di curvatura dente	1.99 mm

Parametri

Per la determinazione dei parametri del circuito equivalente del motore asincrono a sette fasi, mostrato in Figura 6.12, sono state effettuate le seguenti prove di caratterizzazione della macchina:

- prova a vuoto;
- prova a rotore bloccato;
- prova a carico crescente.

Tramite tali prove sono stati determinati i seguenti parametri:

$$R_0 = 568 \, \Omega$$

$$X_0 = 54.6 \, \Omega$$

$$L_0 = M = 0.174 \, H$$

$$R_s = 1.3 \, \Omega \, (75^\circ)$$

$$R_r = 1.0 \, \Omega \, (75^\circ)$$

$$l_{ds} + l_{dr} = \sigma L_s = 0.0099 \, H$$

$$L_s = L_r = 0.1798 \, H$$

$$\sigma = 0.05513$$

$$P_{av} = 219 \, W$$

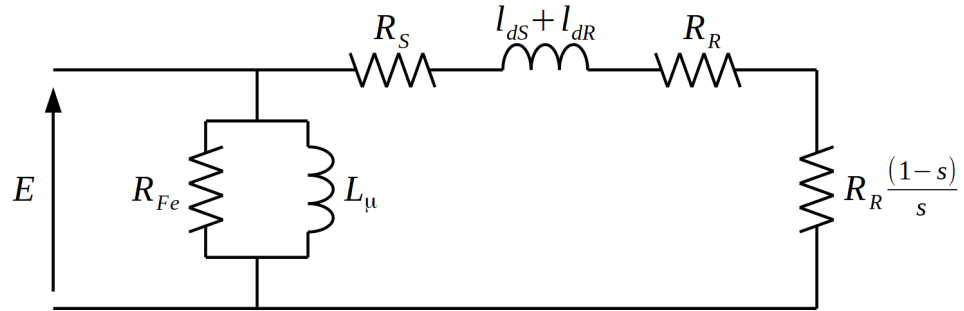


Figura 6.12: Rappresentazione del circuito equivalente a stella della macchina asincrona a sette fasi.

Trattandosi di una macchina multifase è necessario specificare cosa si intenda per tensione concatenata, osservando la Figura 6.13 è infatti semplice comprendere l'impossibilità, a differenza del caso trifase, di definire univocamente la tensione concatenata come differenza tra le tensioni di due fasi.

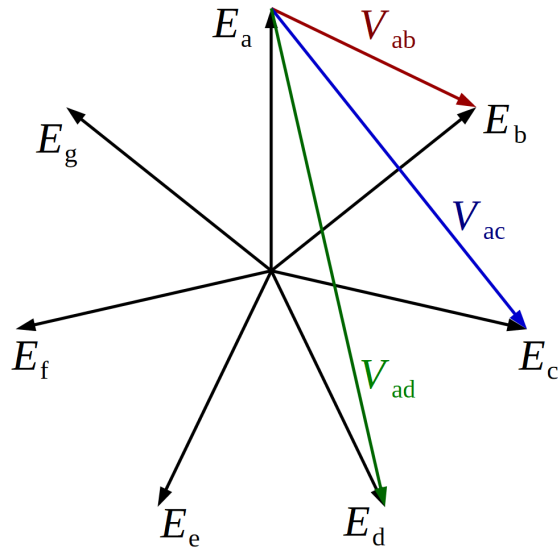


Figura 6.13: Rappresentazione delle tensioni stellate e concatenate possibili per la macchina asincrona a sette fasi.

In questo caso di studio la tensione concatenata è stata definita come differenza tra la tensione di una fase e la successiva fase sfasata di $\frac{6\pi}{7}$, identificata in Figura 6.13 con V_{ad} .

Ipotizzando una tensione del bus DC di 300 V, è stata utilizzata una tensione di fase di 118 V efficaci. Di conseguenza, considerando il legame (6.8) tra la tensione stellata e quella concatenata appena definita, la tensione concatenata risultante è di 230 V efficaci, come precedentemente mostrato nelle specifiche della macchina nella Tabella 6.2.

$$k = \sqrt{1 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{7}\right)} + 1 \simeq 1.949 \quad (6.8)$$

Il legame (6.8) risulta pertanto differente dal tradizionale $\sqrt{3}$ dei sistemi trifase.

6.3 Carico meccanico

Il carico meccanico del motore asincrono a sette fasi è costituito dalla dinamo, una macchina in corrente continua ad eccitazione indipendente. Tale macchina, mostrata in Figura 6.14, è connessa mediante un giunto elastico all'albero del motore e viene impiegata come freno, facendone dissipare la potenza prodotta su un banco di resistenze.

Agendo sul circuito di eccitazione è possibile controllare la coppia resistente applicata all'albero, facendo riferimento alla relazione (6.9).

$$C_m = K \Phi_e I_a \quad (6.9)$$

dove I_a è la corrente di armatura e Φ_e è il flusso di eccitazione, proporzionale alla tensione di eccitazione, controllata mediante un variac monofase seguito, in serie, da un ponte raddrizzatore.

Le caratteristiche della dinamo sono mostrate in Tabella 6.5.

Avendo caratteristiche superiori al motore asincrono a sette fasi, tale macchina è stata scelta in modo da non incorrere in problematiche durante la frenatura della coppia nominale del motore multifase.



Figura 6.14: Foto del motore in corrente continua utilizzato come carico meccanico.

Tabella 6.5: Caratteristiche principali della dinamo [3].

Modello	200 S
Potenza nominale	18.4 kW (S1)
Velocità nominale	3000 giri/min
Tensione nominale	370 V
Corrente nominale	60.5 A
Tipologia di eccitazione	Indipendente
Tensione di eccitazione nominale	196 V
Corrente di eccitazione nominale	1.18 A

6.4 Sistema di controllo

Il sistema di controllo è costituito dal *DSP* (*Digital Signal Processor*) e dalla scheda di adattamento dei segnali, mostrati in Figura 6.15.

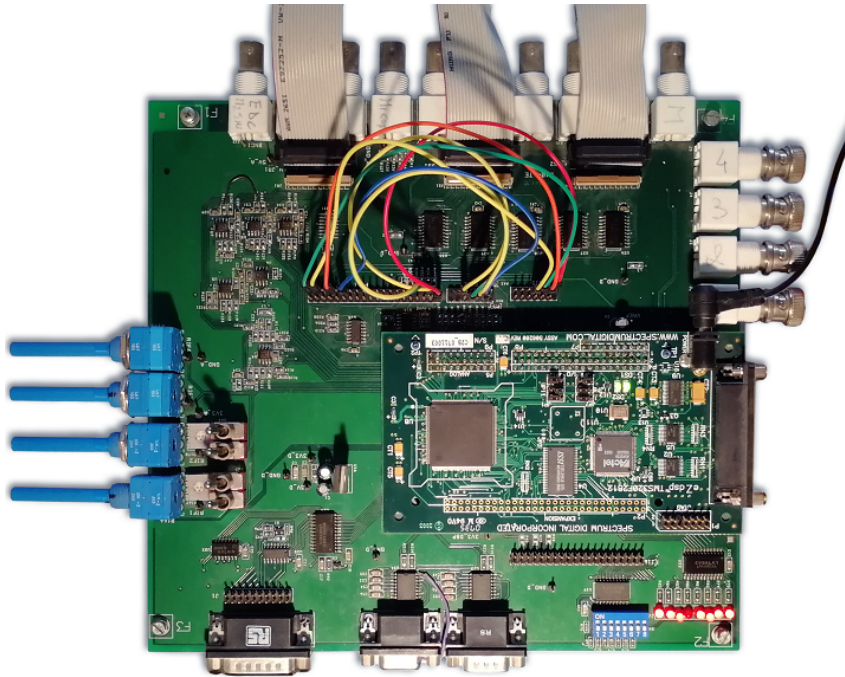


Figura 6.15: Foto del DSP e della scheda di adattamento dei segnali.

6.4.1 DSP

Il DSP utilizzato è il TMS320F2812 della Texas Instruments. La piedinatura di tale componente è mostrata in Figura 6.16.

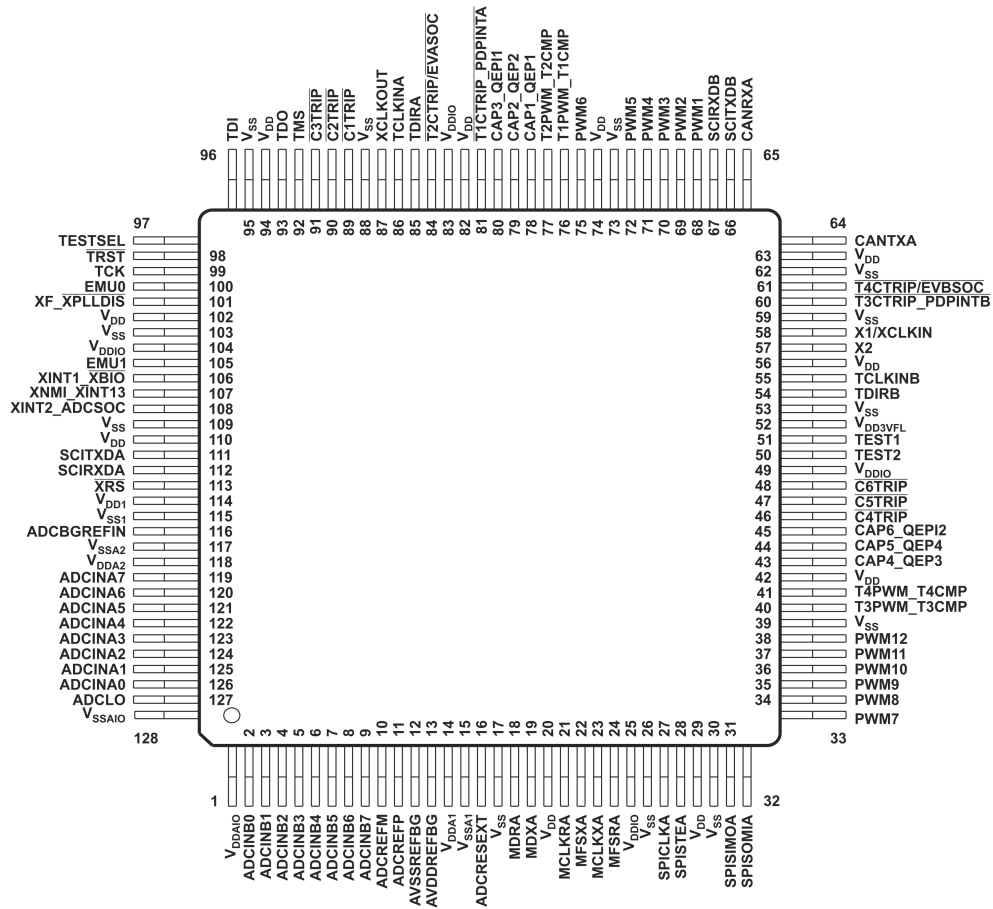


Figura 6.16: Rappresentazione della piedinatura del DSP TMS320F2812 [7].

Tale dispositivo è dotato di una CPU caratterizzata da istruzioni rivolte alla manipolazione di segnali analogici nel dominio numerico.

Il DSP utilizzato consente l'utilizzo della sola virgola fissa. Tale limitazione sarebbe superabile programmando in virgola mobile (*floating-point*) e lasciando al compilatore la conversione alla virgola fissa, richiedendo però tempistiche troppo lunghe in confronto ai tempi di ciclo adottati negli azionamenti a controllo digitale. Si ricorre quindi alla libreria *IQmathlib.h*, costituita da un vasto insieme di operazioni matematiche altamente ottimizzate e di elevata precisione, in modo tale da introdurre senza soluzione di continuità i benefici dell'algoritmo floating-point nell'architettura in virgola fissa del DSP. Tale li-

breria è tipicamente utilizzata nelle applicazioni real-time computazionalmente onerose, dove sono richieste alta velocità di esecuzione ed elevata accuratezza [8].

La programmazione del DSP viene effettuata in linguaggio C/C++, successivamente il compilatore lo traduce in linguaggio assembler.

In Figura 6.17, sono elencate le caratteristiche principali del DSP, in Figura 6.18 ne è mostrato lo schema logico, mentre in Figura 6.19 ne viene rappresentata la struttura della memoria.

- **High-Performance Static CMOS Technology**
 - 150 MHz (6.67-ns Cycle Time)
 - Low-Power (1.8-V Core at 135 MHz, 1.9-V Core at 150 MHz, 3.3-V I/O) Design
- **JTAG Boundary Scan Support** ⁽¹⁾
- **High-Performance 32-Bit CPU (TMS320C28x™)**
 - 16 x 16 and 32 x 32 MAC Operations
 - 16 x 16 Dual MAC
 - Harvard Bus Architecture
 - Atomic Operations
 - Fast Interrupt Response and Processing
 - Unified Memory Programming Model
 - 4M Linear Program/Data Address Reach
 - Code-Efficient (in C/C++ and Assembly)
 - TMS320F24x/LF240x Processor Source Code Compatible
- **On-Chip Memory**
 - Flash Devices: Up to 128K x 16 Flash (Four 8K x 16 and Six 16K x 16 Sectors)
 - ROM Devices: Up to 128K x 16 ROM
 - 1K x 16 OTP ROM
 - L0 and L1: 2 Blocks of 4K x 16 Each Single-Access RAM (SARAM)
 - H0: 1 Block of 8K x 16 SARAM
 - M0 and M1: 2 Blocks of 1K x 16 Each SARAM
- **Boot ROM (4K x 16)**
 - With Software Boot Modes
 - Standard Math Tables
- **External Interface (2812)**
 - Over 1M x 16 Total Memory
 - Programmable Wait States
 - Programmable Read/Write Strobe Timing
 - Three Individual Chip Selects
- **Endianness: Little Endian**
- **Clock and System Control**
 - Dynamic PLL Ratio Changes Supported
 - On-Chip Oscillator
 - Watchdog Timer Module
- **Three External Interrupts**
- **Peripheral Interrupt Expansion (PIE) Block That Supports 45 Peripheral Interrupts**
- **Three 32-Bit CPU-Timers**
- **128-Bit Security Key/Lock**
 - Protects Flash/ROM/OTP and L0/L1 SARAM
 - Prevents Firmware Reverse-Engineering
- **Motor Control Peripherals**
 - Two Event Managers (EVA, EVB)
 - Compatible to 240xA Devices
- **Serial Port Peripherals**
 - Serial Peripheral Interface (SPI)
 - Two Serial Communications Interfaces (SCIs), Standard UART
 - Enhanced Controller Area Network (eCAN)
 - Multichannel Buffered Serial Port (McBSP)
- **12-Bit ADC, 16 Channels**
 - 2 x 8 Channel Input Multiplexer
 - Two Sample-and-Hold
 - Single/Simultaneous Conversions
 - Fast Conversion Rate: 80 ns/12.5 MSPS
- **Up to 56 General-Purpose I/O (GPIO) Pins**
- **Advanced Emulation Features**
 - Analysis and Breakpoint Functions
 - Real-Time Debug via Hardware
- **Development Tools Include**
 - ANSI C/C++ Compiler/Assembler/Linker
 - Code Composer Studio™ IDE
 - DSP/BIOS™
 - JTAG Scan Controllers⁽¹⁾
- **Low-Power Modes and Power Savings**
 - IDLE, STANDBY, HALT Modes Supported
 - Disable Individual Peripheral Clocks

(1) IEEE Standard 1149.1-1990 IEEE Standard Test Access Port and Boundary-Scan Architecture

Figura 6.17: Caratteristiche principali del DSP TMS320F2812 [7].

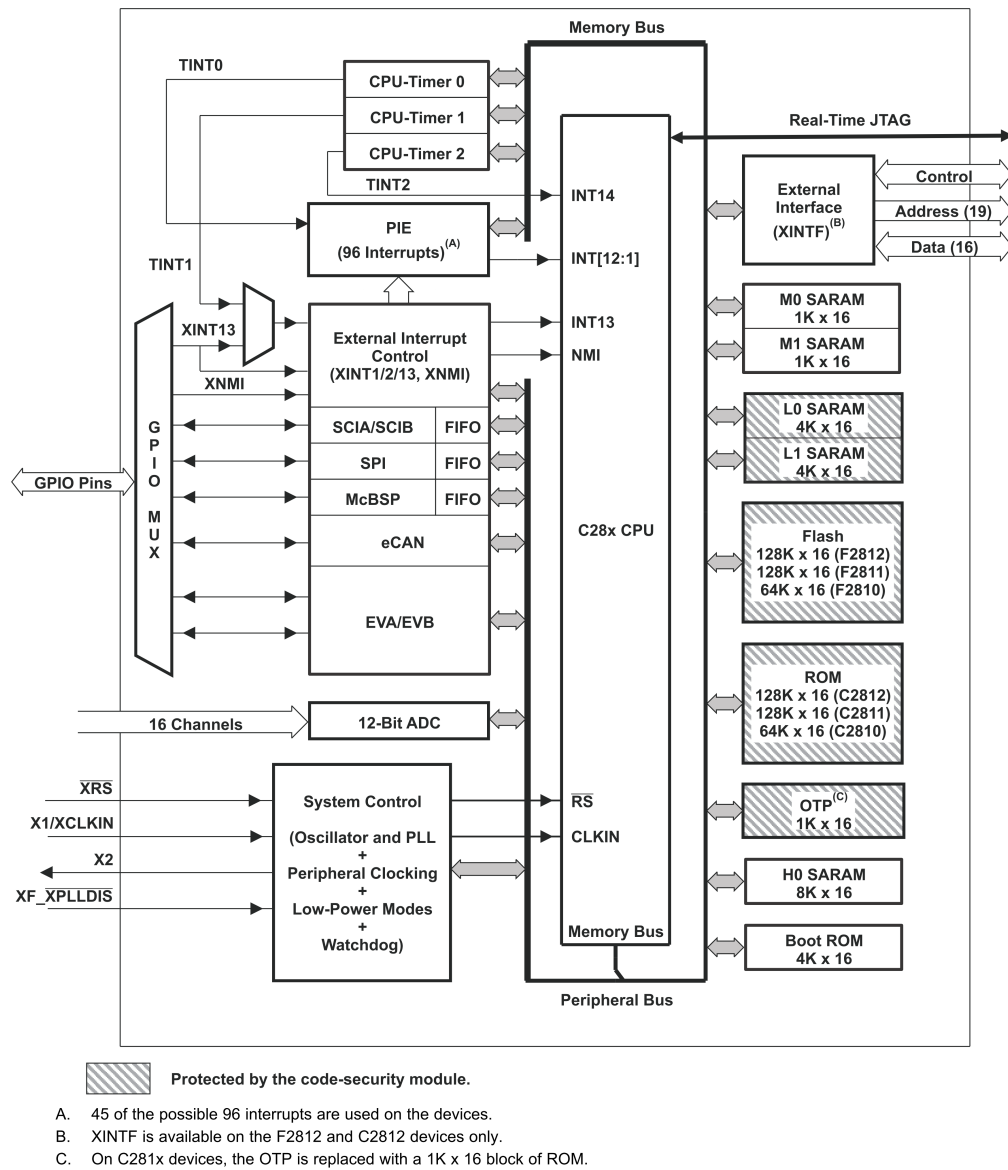


Figura 6.18: Rappresentazione dello schema logico del DSP TMS320F2812 [7].

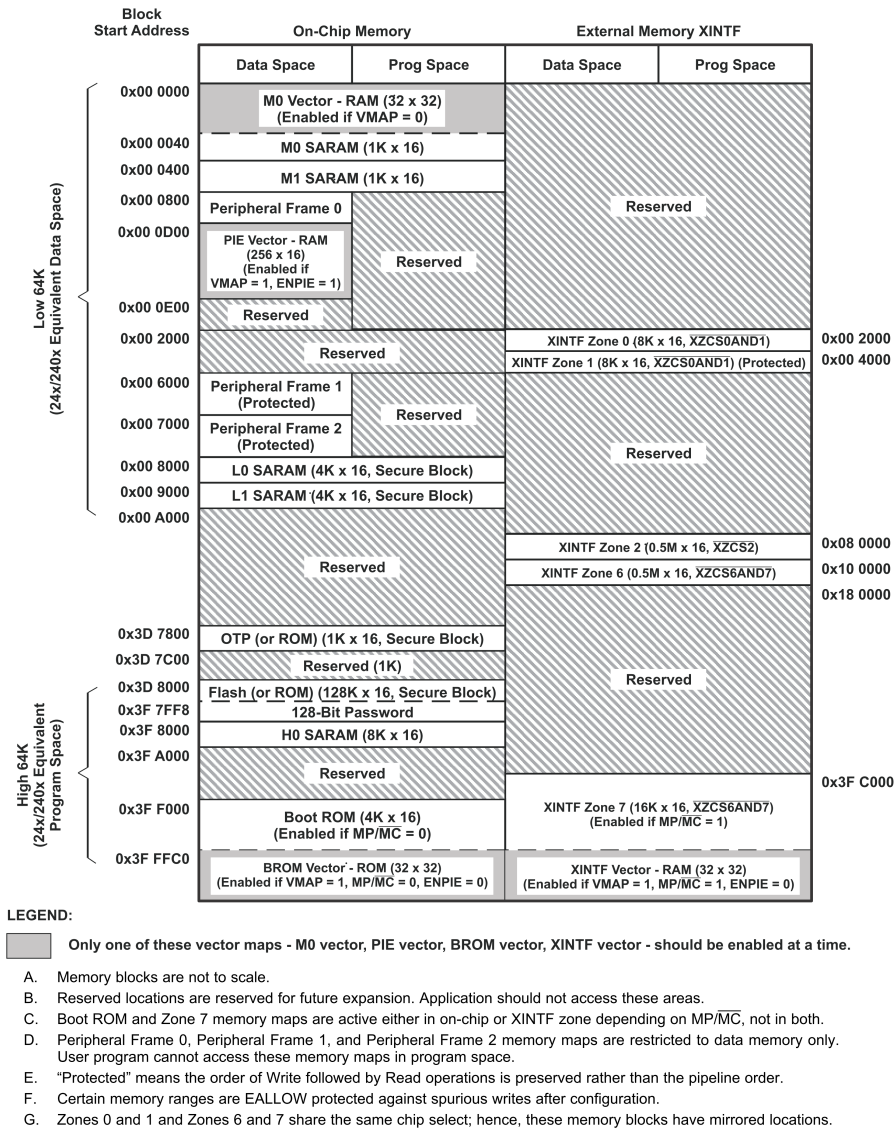


Figura 6.19: Rappresentazione schematica della memoria del DSP TMS320F2812 [7].

6.4.2 Scheda di adattamento dei segnali

La scheda di adattamento dei segnali che si interfaccia al DSP si occupa dell'acquisizione di sei segnali, in formato differenziale, provenienti dai sei trasduttori di corrente ad annullamento di campo presenti nel circuito di alimentazione e del segnale proveniente dal trasduttore che misura la tensione del bus DC.

Oltre all'ingresso destinato alla tensione, nella scheda sono presenti altri tre ingressi analogici non utilizzati in questo lavoro di tesi. Un ulteriore ingresso è rappresentato da quattro potenziometri, utilizzati ad esempio per impostare il riferimento di velocità o per modificare alcuni parametri del sistema di controllo implementato sul DSP. La trasmissione dei segnali PWM ai rami dell'inverter è anch'essa effettuata in formato differenziale.

Sono inoltre presenti 4 uscite BNC, utilizzate per la visualizzazione di segnali sull'oscilloscopio. La scheda è caratterizzata da 36 bit di risoluzione, con logica di controllo 0/5 V.

6.5 Sensori

6.5.1 Trasduttori di corrente

Nel sistema in studio sono utilizzati sei trasduttori di corrente ad annullamento di campo, applicati a sei delle sette fasi in ingresso al motore. Dato che le fasi della macchina asincrona sono collegate a stella, tenendo conto della relazione (6.10) è possibile ricavare tutte e sette le correnti di fase statorica del motore asincrono multifase.

$$I_{S1} + I_{S2} + I_{S3} + I_{S4} + I_{S5} + I_{S6} + I_{S7} = 0 \quad (6.10)$$

Lo schema di un singolo trasduttore di corrente è mostrato in Figura 6.20.

In Figura 6.21 ed in Figura 6.22 sono mostrate le caratteristiche del trasduttore di corrente LEM HXS 50-NP, utilizzato in questo sistema.

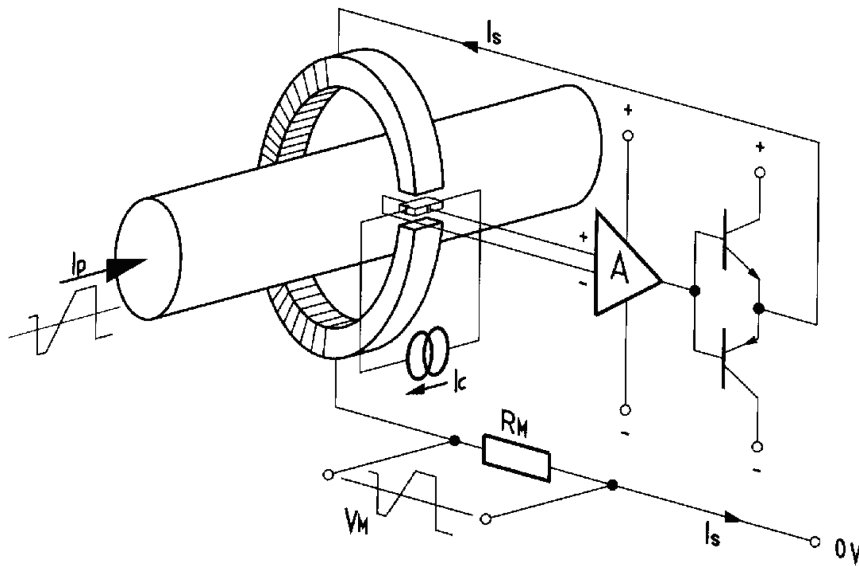


Figura 6.20: Rappresentazione dello schema di un trasduttore di corrente ad annullamento di campo [3].

General data			
T_A	Ambient operating temperature ¹⁾	-40 .. +105	°C
T_S	Ambient storage temperature	-40 .. +105	°C
m	Mass	10	g
	Standards	EN 50178: 1997	

Note: ¹⁾ UL recognized with surrounding temperature: +85 °C.

Figura 6.21: Caratteristiche del trasduttore di corrente LEM HXS 50-NP [10].

Secondo la configurazione di connessione dei pin adottata, è possibile inoltre regolare la portata di tale trasduttore a 12.5 , 25 o 50 A efficaci. La portata scelta in questo sistema è di 12.5 A efficaci (corrente massima di 37.5 A), compatibile con la corrente nominale del motore di 5.5 A.

Il trasduttore di corrente presenta una tensione di uscita nel range $[0, 5]$ V, con zero di corrente in corrispondenza di 2.5 V, ed è caratterizzato da una separazione galvanica tra primario e secondario.

Electrical data			
I_{PN}	Primary nominal rms current	± 50	A
I_{PM}	Primary current, measuring range	± 150	A
G_{TH}	Theoretical sensitivity	0.625	V/ I_{PN}
V_{out}	Output voltage (Analog) @ I_P	$V_{OE} \pm (0.625 \cdot I_P / I_{PN})$	V
V_{ref}	Reference voltage ¹⁾	2.5 ± 0.025	V
	Output impedance	Typ. 200	Ω
	Load impedance	≥ 200	k Ω
R_L	Load resistance	≥ 2	k Ω
R_{out}	Output internal resistance	< 5	Ω
C_L	Capacitive loading (± 20 %)	≈ 4.7	nF
U_C	Supply voltage (± 5 % ²⁾)	5	V
I_C	Current consumption @ $U_C = 5$ V	19	mA
Accuracy - Dynamic performance data			
X	Accuracy ³⁾ @ I_{PN} , $T_A = 25$ °C	$\leq \pm 1$	%
ϵ_L	Linearity error	$\leq \pm 0.5$	%
	0 .. I_{PN}	$\leq \pm 1$	%
	0 .. $3 \times I_{PN}$	$\leq \pm 1$	%
TCV_{OE}	Temperature of coefficient of V_{OE} (+25 .. 105 °C)	$\leq \pm 0.4$	mV/K
	(-40 .. +25 °C)	$\leq \pm 0.525$	mV/K
TCV_{ref}	Temperature of coefficient of V_{ref} (+25 .. 105 °C)	$\leq \pm 0.01$	%/K
	(-40 .. +25 °C)	$\leq \pm 0.015$	%/K
TCV_{OE}/V_{ref}	Temperature of coefficient of V_{OE}/V_{ref}	$\leq \pm 0.15$	mV/K
TCG	Temperature of coefficient of G	$\leq \pm 0.05$ % of reading	/K
V_{OE}	Electrical offset voltage @ $I_P = 0$, $T_A = 25$ °C	$V_{ref} \pm 0.0125$	V
V_{OM}	Magnetic offset voltage @ $I_P = 0$		
	after an overload of $3 \times I_{PN}$	$< \pm 1$	%
V_{no}	Output voltage noise (DC .. 10 kHz)	< 20	mVpp
	(DC .. 1 MHz)	< 40	mVpp
t_{ra}	Reaction time to 10 % of I_{PN} step	< 3	μ s
t_r	Step response time to 90 % of I_{PN} step	< 5	μ s
di/dt	di/dt accurately followed	> 50	A/ μ s
BW	Frequency bandwidth (-3 dB) ⁴⁾	DC .. 50	kHz

Notes: ¹⁾ It is possible to overdrive V_{ref} with an external reference voltage between 1.5 - 2.8 V providing its ability to sink or source approximately 5 mA

²⁾ Maximum supply voltage (not operating) < 6.5 V

³⁾ Excluding offset and Magnetic offset voltage

⁴⁾ Small signal only to avoid excessive heatings of the magnetic core.

Figura 6.22: Caratteristiche del trasduttore di corrente LEM HXS 50-NP [10].

6.5.2 Trasduttori di tensione

La conoscenza delle sette tensioni applicate alle fasi statoriche della macchina asincrona è ottenuta effettuando la misura della tensione del bus DC e tenendo conto delle configurazioni imposte, istante per istante, ai sette rami dell'inverter. In tal modo si riduce l'utilizzo di trasduttori di tensione ad uno, pagando però in precisione poichè non vengono considerate le cadute di tensione che si verificano nei rami dell'inverter.

Il trasduttore di tensione impiegato in questo sistema, LEM LV 25-P, ha funzionamento analogo a quello di corrente, in questo caso infatti la misura viene effettuata facendo scorrere una piccola corrente su una resistenza posta in serie al primario del trasduttore stesso.

In Figura 6.23 ed in Figura 6.24 sono mostrate le caratteristiche del trasduttore di tensione utilizzato.

La resistenza posta in serie al primario è stata dimensionata considerando 450 V come tensione massima per il bus DC:

$$R > \frac{V}{I_{PN}} = \frac{450}{10 \cdot 10^{-3}} = 45 \text{ k}\Omega \quad (6.11)$$

La resistenza inserita in serie ha valore commerciale di 47 kΩ.

Ottenendo al secondario una corrente nominale di 25 mA, il rapporto di trasformazione tra tensione al primario e tensione in uscita è così calcolato:

$$R_M = \frac{V_{OUT}}{I_{SN}} = \frac{5}{25 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ }\Omega \quad (6.12)$$

$$V_{OUT} = R_M I_S = R_M \frac{N_P I_P}{N_S} = R_M \frac{N_P}{N_S} \frac{V_{DC}}{R} = 10.6 \cdot 10^{-3} V_{DC} \quad (6.13)$$

Insulation coordination			
U_d	Rms voltage for AC insulation test, 50 Hz, 1 min	2.5 ¹⁾	kV
U_w	Impulse withstand voltage 1.2/50 μs	16	kV
		Min	
d_{cp}	Creepage distance	19.5	mm
d_{cl}	Clearance	19.5	mm
CTI	Comparative tracking index (group IIIa)	175	

Note: ¹⁾ Between primary and secondary.

Figura 6.23: Caratteristiche del trasduttore di tensione LEM LV 25-P [11].

Electrical data				
I_{PN}	Primary nominal rms current	10		mA
I_{PM}	Primary current, measuring range	0 .. ± 14		mA
R_M	Measuring resistance	$R_{M \min}$	$R_{M \max}$	
	with ± 12 V @ ± 10 mA _{max}	30	190	Ω
	@ ± 14 mA _{max}	30	100	Ω
	with ± 15 V @ ± 10 mA _{max}	100	350	Ω
	@ ± 14 mA _{max}	100	190	Ω
I_{SN}	Secondary nominal rms current	25		mA
K_N	Conversion ratio	2500 : 1000		
U_C	Supply voltage (± 5 %)	± 12 .. 15		V
I_C	Current consumption	10 (@ ± 15 V) + I_S		mA
Accuracy - Dynamic performance data				
X_G	Overall accuracy @ I_{PN} , $T_A = 25$ °C @ ± 12 .. 15 V	± 0.9		%
	@ ± 15 V (± 5 %)	± 0.8		%
ε_L	Linearity error	< 0.2		%
I_O	Offset current @ $I_P = 0$, $T_A = 25$ °C	Typ	Max	
I_{OT}	Temperature variation of I_O 0 °C .. + 25 °C	± 0.06	± 0.25	mA
	+ 25 °C .. + 70 °C	± 0.10	± 0.35	mA
t_r	Step response time ¹⁾ to 90 % of I_{PN}	40		μ s
General data				
T_A	Ambient operating temperature	0 .. + 70		°C
T_S	Ambient storage temperature	- 25 .. + 85		°C
R_p	Resistance of primary winding @ $T_A = 70$ °C	250		Ω
R_s	Resistance of secondary winding @ $T_A = 70$ °C	110		Ω
m	Mass	22		g
	Standards	EN 50178: 1997		
		UL 508: 2010		

Note: ¹⁾ $R_1 = 25$ k Ω (L/R constant, produced by the resistance and inductance of the primary circuit).

Figura 6.24: Caratteristiche del trasduttore di tensione LEM LV 25-P [11].

Tale trasduttore è caratterizzato da una separazione galvanica tra primario e secondario.

6.5.3 Torsiometro

Il torsiometro installato sul giunto elastico che connette il motore asincrono multifase al carico meccanico è mostrato in Figura 6.25.



Figura 6.25: Foto del torsiometro utilizzato.

Le caratteristiche del torsiometro sono mostrate nella Tabella 6.6.

Tabella 6.6: Caratteristiche principali del torsiometro [12].

Marca	KISTLER
Modello	4503A50W00B1000
Range di misura	50 Nm
IPU (impulsi/giro)	2x360
Massima velocità	7000 min^{-1}
Segnale di uscita	$0 \pm 10 V$

Tale trasduttore è connesso tramite cavo ad uno strumento digitale, mostrato in Figura 6.26, che permette di leggere informazioni sulla coppia e sulla velocità di rotazione del motore.



Figura 6.26: Control Monitor CoMo Torque Type 4700 [12].

6.5.4 Encoder

Sull'albero del motore asincrono a sette fasi è installato un encoder incrementale utilizzato per il confronto con la velocità stimata, dal sistema sensorless, e per il controllo ad orientamento di campo della macchina, quando l'anello di velocità non viene chiuso con la velocità stimata nello spazio 3.

Le caratteristiche di tale trasduttore sono mostrate in Tabella 6.7.

Tabella 6.7: Caratteristiche principali dell'encoder incrementale [9].

Marca	lika
Modello	c80-h-2048zcu430pk17c
Risoluzione (PPR)	2048
Frequenza	100 <i>kHz max.</i>
Temperatura di funzionamento	-25 °C, +85 °C

Il trasduttore di velocità utilizzato è mostrato in Figura 6.27.

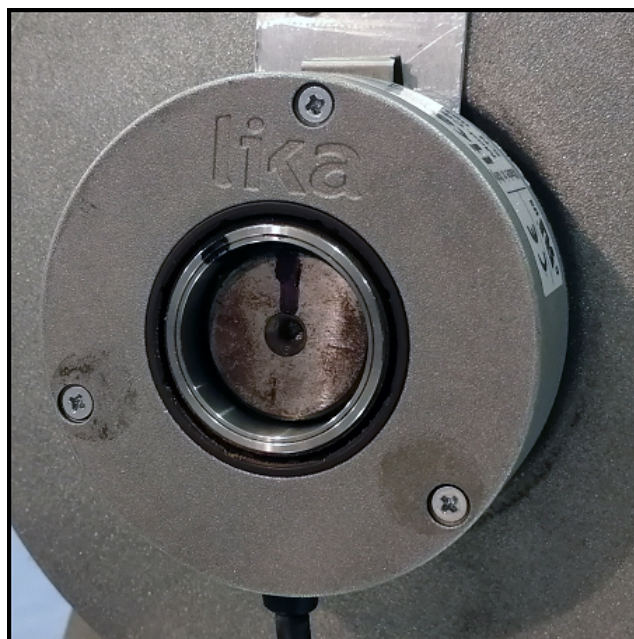


Figura 6.27: Foto dell'encoder installato sull'albero del motore asincrono a sette fasi.

Capitolo 7

Prove sperimentali

7.1 Sistema di controllo 1

Il sistema di controllo descritto nel Capitolo 4 è stato realizzato in ambiente *Matlab* e *Simulink* per poterne effettuare la simulazione e di seguito è stato implementato sul DSP utilizzando il software *Code Composer Studio v3.3*.

7.1.1 Simulazione

La discretizzazione dei filtri definiti nel capitolo 4 e del regolatore risonante PIR è stata eseguita secondo *Tustin con pre-warping*, ottenendo per entrambi i blocchi una serie di coefficienti k da calcolare ad ogni tempo di ciclo, moltiplicandoli per l'ingresso allo stato attuale e per l'ingresso e l'uscita nei due stati precedenti a quello considerato. Ad esempio, realizzando la discretizzazione delle funzione di trasferimento del filtro di selezione dell'armonica, (4.12), implementato nell'osservatore di spazio 3, si ottiene:

$$out[k] = k_1 out[k-2] + k_2 out[k-1] + k_3 in[k-2] + k_4 in[k-1] + k_5 in[k] \quad (7.1)$$

dove:

$$k_1 = \frac{2\delta \sin(T_c|\omega_0|) - 2}{2\delta \sin(T_c|\omega_0|) + 2} \quad (7.2)$$

$$k_2 = \frac{4\cos(T_c|\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c|\omega_0|) + 2} \quad (7.3)$$

$$k_{3,Re} = -\frac{\delta \sin(T_c|\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c|\omega_0|) + 2} \quad (7.4)$$

$$k_{3,Im} = \frac{\delta - \delta \cos(T_c |\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c |\omega_0|) + 2} \quad (7.5)$$

$$k_{4,Re} = 0 \quad (7.6)$$

$$k_{4,Im} = \frac{2\delta - 2\delta \cos(T_c |\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c |\omega_0|) + 2} \quad (7.7)$$

$$k_{5,Re} = \frac{\delta \sin(T_c |\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c |\omega_0|) + 2} \quad (7.8)$$

$$k_{5,Im} = \frac{\delta - \delta \cos(T_c |\omega_0|)}{2\delta \sin(T_c |\omega_0|) + 2} \quad (7.9)$$

e T_c rappresenta il tempo di ciclo.

Realizzando quindi l'intero sistema di controllo su Simulink ed eseguendolo si ottiene il risultato mostrato in Figura 7.1 ed in Figura 7.2:

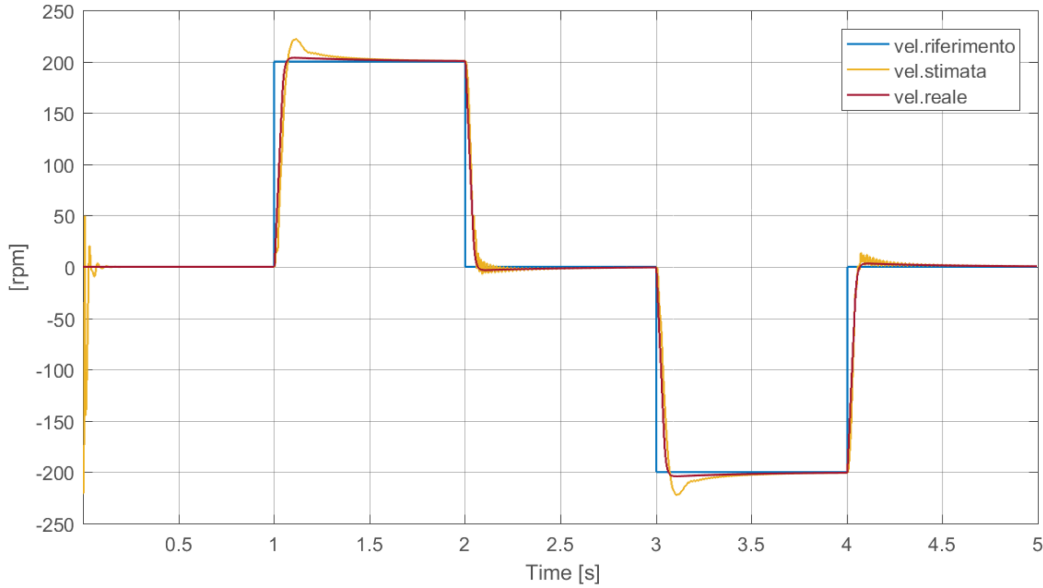


Figura 7.1: Andamento della velocità meccanica di riferimento, stimata e reale in simulazione.

In Figura 7.1 è osservabile il funzionamento dello stimatore di velocità che, dopo un breve transitorio, riesce a determinare correttamente sia valori positivi che negativi della velocità meccanica di rotazione del rotore.

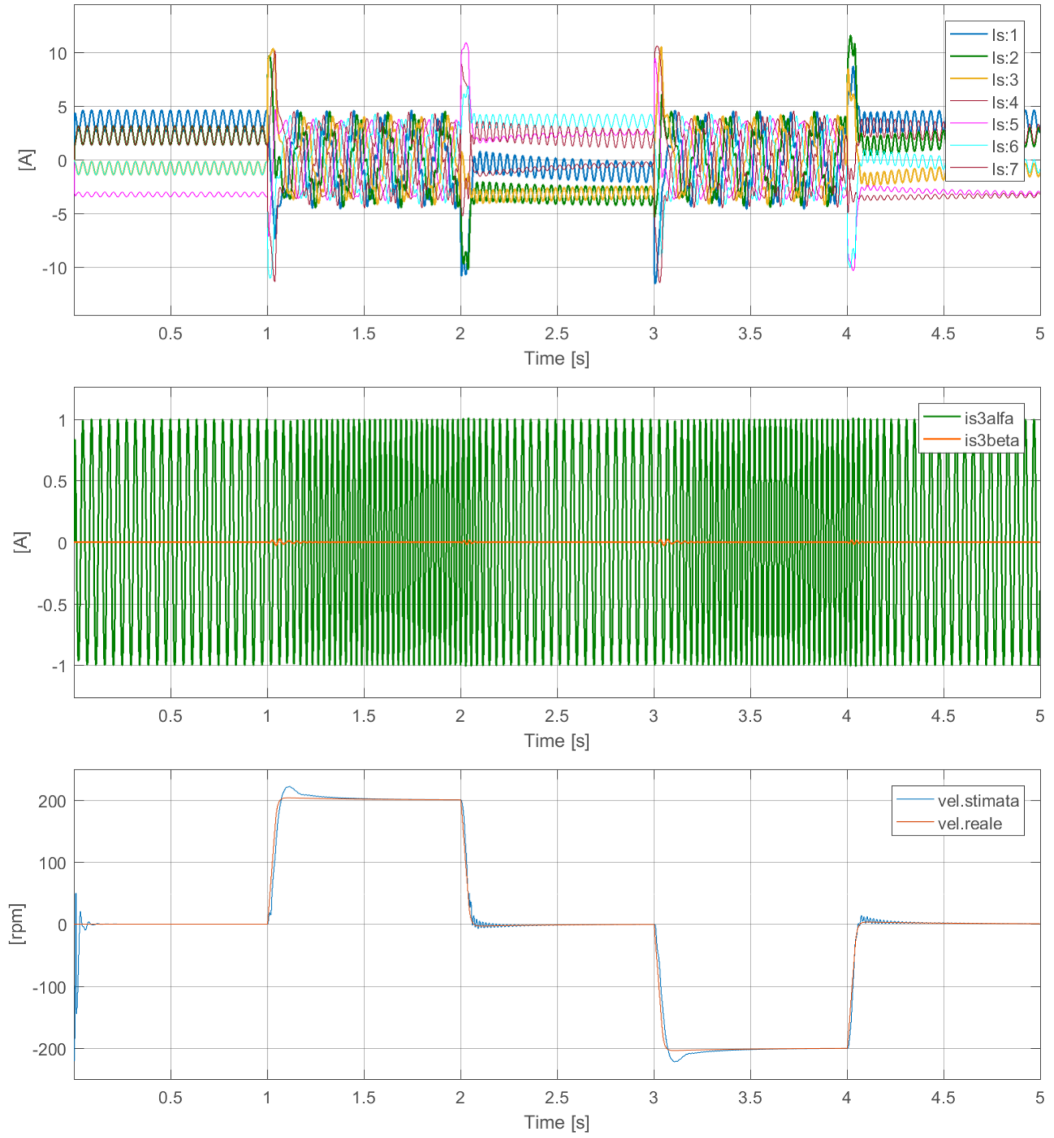


Figura 7.2: Andamento delle correnti di fase, delle componenti α e β del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche nel riferimento statorico, della velocità meccanica stimata e reale.

In Figura 7.2 si osserva l'andamento delle sette correnti di fase e delle componenti α e β del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche nel riferimento

statorico in corrispondenza del ciclo di lavoro mostrato in Figura 7.6. Per facilitarne la comprensione sono visualizzate anche la velocità meccanica stimata e quella reale.

In tale figura è possibile notare la variazione della frequenza di iniezione delle correnti statoriche di spazio 3 in funzione della velocità stimata.

7.1.2 Risultati sperimentali

I coefficienti mostrati in precedenza assumono valori che vanno da 10^{-6} all'unità, di conseguenza, durante l'implementazione sul DSP utilizzando la libreria *IQmath*, l'impossibilità di utilizzare la rappresentazione *floating-point* aggrava la già inevitabile presenza di troncamenti ed approssimazioni numeriche rendendo impossibile il funzionamento corretto del sistema di controllo. Ad esempio, facendo riferimento ai coefficienti del filtro precedentemente mostrati, in Tabella 7.1 sono confrontati i risultati ottenuti su Matlab e su DSP considerando in entrambi i casi $T_c = 100 \cdot 10^{-6}$, $\delta = 0.1$ e $\omega_0 = 20 \cdot 2\pi$.

Tabella 7.1: Confronto tra i coefficienti calcolati da Matlab e quelli calcolati dal DSP.

Coefficienti	Matlab	DSP
k_1	-0.997489946162687	-0.997509
k_2	1.997332232753077	1.997349
$k_{3,Re}$	$-6.275134593283727 \cdot 10^{-4}$	$-6.217957 \cdot 10^{-4}$
$k_{3,Im}$	$3.942835240242398 \cdot 10^{-6}$	$3.814697 \cdot 10^{-6}$
$k_{4,Re}$	0	0
$k_{4,Im}$	$7.885670480484795 \cdot 10^{-6}$	$7.629395 \cdot 10^{-6}$
$k_{5,Re}$	$6.275134593283727 \cdot 10^{-4}$	$6.217957 \cdot 10^{-4}$
$k_{5,Im}$	$3.942835240242398 \cdot 10^{-6}$	$3.814697 \cdot 10^{-6}$

Come è possibile osservare dalla Tabella 7.1, i coefficienti più piccoli sono quelli maggiormente affetti dagli errori numerici.

I coefficienti calcolati vengono inoltre moltiplicati per le grandezze di ingresso e uscita ed i prodotti in seguito sommati tra loro, comportando ulteriori troncamenti ed approssimazioni numeriche.

Utilizzando la rappresentazione a virgola mobile sul DSP si osserva un netto miglioramento del calcolo dei coefficienti. Ad esempio, considerando il coefficiente $k_{3,Im}$ del filtro, il risultato ottenuto è il seguente:

$$k_{3,Im} = 3.999703 \cdot 10^{-6} \quad (7.10)$$

Non essendo però prevista dal DSP ma gestita dal compilatore durante la traduzione in linguaggio macchina, adottare tale rappresentazione richiede una elevata quantità di memoria, rendendone non possibile l'implementazione.

A conferma della presenza di troncamenti e approssimazioni numeriche, in Figura 7.3 è mostrato il filtraggio della componente di asse d dei vettori di spazio 3 di corrente statorica e tensione statorica di riferimento in corrispondenza della sola armonica positiva iniettata e velocità nulla.

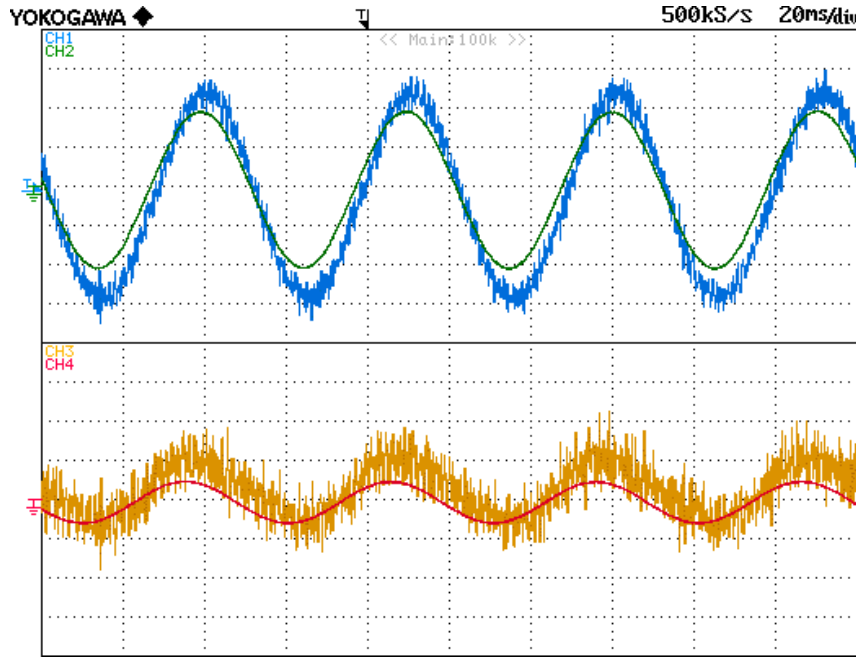


Figura 7.3: Effetto del filtro sulle componenti di asse d di corrente statorica di spazio 3 e tensione statorica di riferimento di spazio 3. CH1) Componente di asse d della corrente statorica di spazio 3 (200 mA/div), CH2) componente di asse d della corrente statorica di spazio 3 relativa all'armonica positiva (200 mA/div), CH3) componente di asse d della tensione di riferimento di spazio 3 (2 V/div), CH4) componente di asse d della tensione di riferimento di spazio 3 relativa all'armonica positiva (2 V/div).

In Figura 7.3 si nota infatti che il filtraggio non avviene correttamente, provocando lo sfasamento e la deamplificazione delle componenti d di corrente e tensione quando, avendo iniettato la sola armonica positiva, il risultato di tale filtraggio deve essere in fase e con la stessa ampiezza dell'ingresso del filtro.

Il filtraggio errato mostrato in Figura 7.3 si ripercuote quindi nella stima del flusso rotorico di spazio 3, come mostrato in Figura 7.4 ed in Figura 7.5, dove vengono visualizzate, relativamente all'armonica positiva iniettata, le componenti d e q di corrente statorica di spazio 3 e flusso rotorico di spazio 3 stimato, rispettivamente a velocità nulla e a 220 rpm.

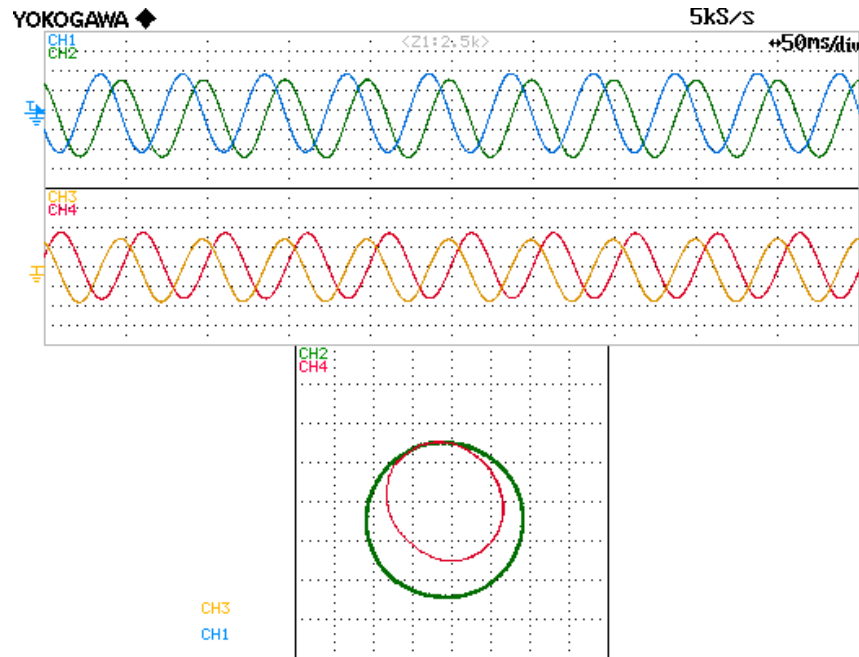


Figura 7.4: Effetto del filtro sulle componenti di asse d e q di corrente statorica di spazio 3 e sulla stima dell'armonica positiva del flusso rotorico di spazio 3, a velocità nulla. CH1) Componente di asse d della corrente statorica di spazio 3 relativa all'armonica positiva (200 mA/div), CH2) componente di asse q della corrente statorica di spazio 3 relativa all'armonica positiva (200 mA/div), CH3) componente di asse d del flusso rotorico di spazio 3 relativo all'armonica positiva (5 mWb/div), CH4) componente di asse q del flusso rotorico di spazio 3 relativo all'armonica positiva (5 mWb/div).

In Figura 7.4 è possibile notare la presenza di un offset sulla corrente statorica e sul flusso rotorico. Visualizzando infatti tali grandezze su un piano, invece di ottenere due cerchi concentrici generati dalla rotazione dei vettori di spazio nel verso definito dall'armonica positiva, si ottiene un cerchio decentrato per la corrente statorica ed un'ellisse leggermente decentrata per il flusso rotorico, sintomo di un errore nel filtraggio e nella stima.



Figura 7.5: Effetto del filtro sulle componenti di asse d e q di corrente statorica di spazio 3 e sulla stima dell'armonica positiva del flusso rotorico di spazio 3, a 220 rpm. CH1) Componente di asse d della corrente statorica di spazio 3 relativa all'armonica positiva (200 mA/div), CH2) componente di asse q della corrente statorica di spazio 3 relativa all'armonica positiva (200 mA/div), CH3) componente di asse d del flusso rotorico di spazio 3 relativo all'armonica positiva (5 mWb/div), CH4) componente di asse q del flusso rotorico di spazio 3 relativo all'armonica positiva (5 mWb/div).

In Figura 7.5 è possibile notare la presenza di un offset sulla corrente statorica e sul flusso rotorico, che in questo caso presenta inoltre una oscillazione dell'ampiezza. Visualizzando tali grandezze su un piano, invece di ottenere due cerchi concentrici, si ottiene ora un cerchio decentrato per la corrente statorica ed una spirale leggermente decentrata per il flusso rotorico che segue le oscillazioni presentate in ampiezza.

L'erronea stima del flusso rotorico si riflette pertanto nella stima della velocità meccanica, provocandone un andamento privo di senso.

A causa dell'impossibilità di implementazione dei filtri introdotti nel Capitolo 4, la realizzazione di questo sistema di controllo non ha avuto successo ed è stata abbandonata.

Infine è importante ricordare che, non essendo presente alcuna retroazione all'interno dell'osservatore di flusso di spazio 3, il funzionamento di questo sistema di controllo, sebbene sia intrinsecamente stabile, risulta sensibile agli inevitabili errori commessi nella conoscenza dei parametri di macchina.

7.2 Sistema di controllo 2

Il sistema di controllo descritto nel Capitolo 5, come il precedente, è stato realizzato in ambiente *Matlab* e *Simulink* per poterne effettuare la simulazione e di seguito è stato implementato sul DSP utilizzando il software *Code Composer Studio v3.3*. A differenza del precedente sistema di controllo, come annunciato nel Capitolo 5, sia in simulazione che nell'implementazione sul sistema fisico l'osservatore di flusso e l'anello di velocità dello spazio 1 ricevono in ingresso la stima della velocità effettuata nello spazio 3.

7.2.1 Simulazione

Eseguendo il sistema di controllo implementato in ambiente Simulink si ottiene il risultato mostrato in Figura 7.6 ed in Figura 7.7.

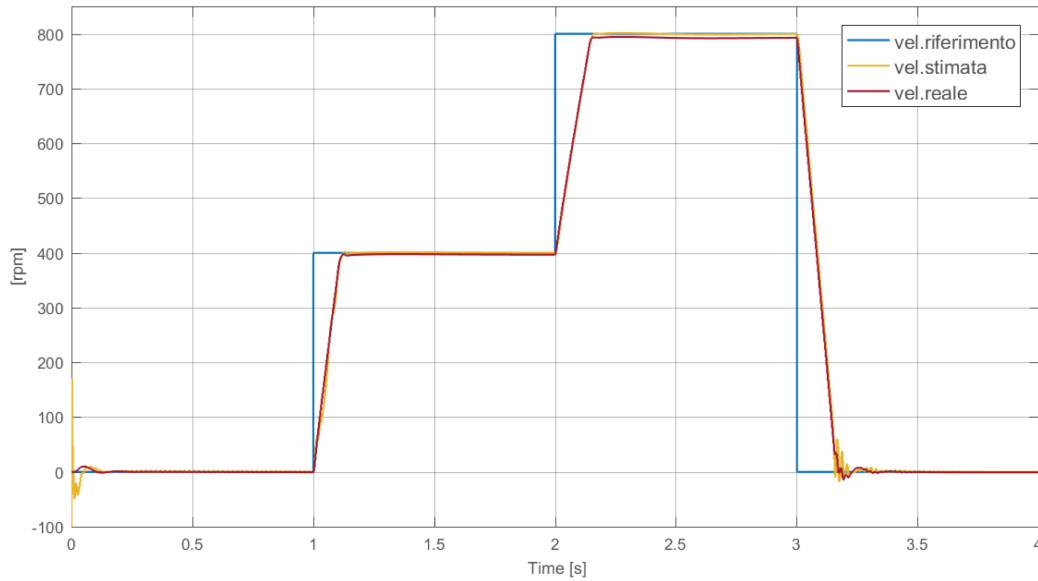


Figura 7.6: Andamento della velocità meccanica di riferimento, stimata e reale in simulazione.

In Figura 7.6 è osservabile il corretto funzionamento del sistema, che riesce a soddisfare il riferimento di velocità imposto.

In Figura 7.7 si osserva l'andamento delle sette correnti di fase, delle componenti d e q del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche nel riferimento sincrono e della tangente dell'angolo β in corrispondenza del ciclo di lavoro mostrato in Figura 7.6. Per facilitarne la comprensione sono visualizzate anche la velocità meccanica stimata e quella reale.

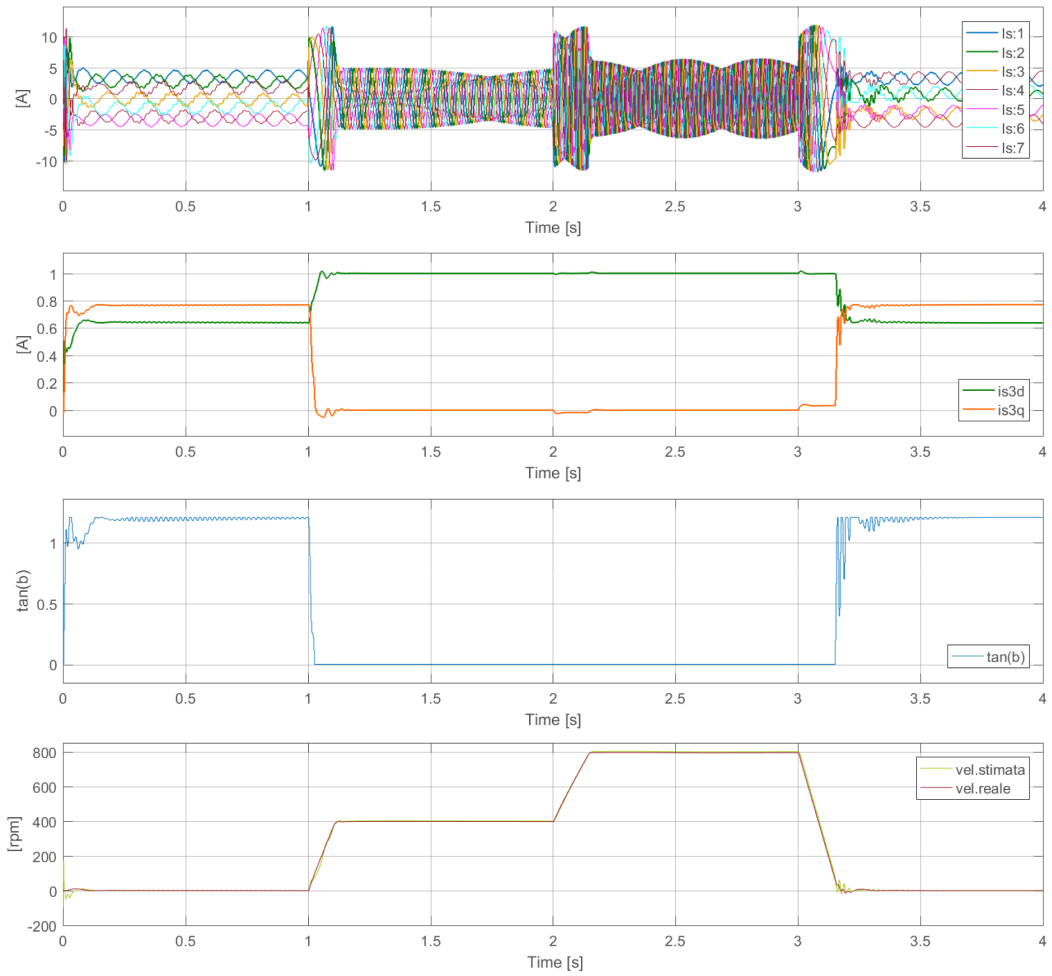


Figura 7.7: Andamento delle correnti di fase, delle componenti d e q del vettore di spazio 3 delle correnti statoriche nel riferimento sincrono, della tangente dell'angolo β , della velocità meccanica stimata e reale.

In tale figura è possibile notare la variazione delle componenti della corrente statorica di spazio 3 in funzione del valore della tangente dell'angolo β , ottenuta dal regolatore che mantiene la velocità angolare del flusso rotorico di spazio 3 al di sopra del valore di soglia in corrispondenza di basse velocità.

7.2.2 Risultati sperimentali

I parametri del motore utilizzati nel sistema di controllo implementato sul DSP sono mostrati nella Tabella 7.2. I guadagni relativi ai regolatori sono mostrati nella Tabella 7.3. Infine, nella Tabella 7.4 sono riportati ulteriori parametri adottati.

Tabella 7.2: Parametri del motore asincrono a sette fasi utilizzati nel sistema di controllo.

Parametro	Valore utilizzato
R_S	1.10 Ω
R_R	1.1615 Ω
R_{R3}	0.851 Ω
R_{R5}	1.01 Ω
L_R/M	1.0287
σL_S	0.0099 H
σL_{S3}	0.008330081411008 H
σL_{S5}	$3.96e - 04$ H
M_1	0.174913853793877 H
M_3	0.009717436321882 H
M_5	0.006996554151755 H
L_{disp}	0.005020027603884 H
L_{R1}	0.179933881397761 H
L_{R3}	0.014737463925766 H
L_{R5}	0.012016581755639 H
τ_{R1}	0.154915093756144 s
τ_{R3}	0.017317818949197 s
τ_{R5}	0.011897605698653 s

Tabella 7.3: Guadagni dei regolatori utilizzati nel sistema di controllo.

Regolatore	Parametro	Valore utilizzato
PI I_{d1} :	k_i	$2000 \Omega s^{-1}$
	k_p	9Ω
PI I_{q1} :	k_i	$2000 \Omega s^{-1}$
	k_p	18Ω
PI I_{d3} :	k_i	$4000 \Omega s^{-1}$
	k_p	17.8Ω
PI I_{q3} :	k_i	$4000 \Omega s^{-1}$
	k_p	17.8Ω
PI I_{d5} :	k_i	$4000 \Omega s^{-1}$
	k_p	31.2Ω
PI I_{q5} :	k_i	$4000 \Omega s^{-1}$
	k_p	31.2Ω
PI ω :	k_i	1 rad^{-1}
	k_p	$0.1 \text{ s} \cdot \text{rad}^{-1}$
PI ω_3 :	k_i	0.1 rad^{-1}
	k_p	$0.01 \text{ s} \cdot \text{rad}^{-1}$

Tabella 7.4: Ulteriori parametri del sistema di controllo.

Parametro	Valore utilizzato
$\omega_{3,ref}$	$2\pi 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
G	700
G_3	100
G_5	10

All'interno del sistema di controllo implementato sul DSP, alla variabile corrispondente ad ω_3 viene applicato un filtro passa basso con frequenza di taglio di 1 Hz così da ridurre eventuali oscillazioni.

Dato che nei motori asincroni con rotore a gabbia di scoiattolo la resistenza rotorica varia per effetto pelle in funzione della frequenza della corrente che vi scorre ed avendo osservato sperimentalmente che, assegnando un valore costante alla costante di tempo rotorica di spazio 3, la qualità della stima della velocità meccanica risulta funzione della velocità di rotazione del rotore stesso, si è deciso di rendere variabile il valore di tale costante di tempo in modo congruente con la fisica della macchina elettrica così da considerare il fenomeno appena descritto.

Difatti, maggiore è lo scorrimento presente tra il campo di spazio 3 e la velocità del rotore e maggiore diviene la resistenza rotorica di spazio 3 incontrata dalle correnti del medesimo spazio, riducendo così il valore della costante di tempo rotorica di spazio 3. Al sincronismo del campo di spazio 3, invece, la resistenza rotorica di spazio 3 raggiunge il suo valore minimo, mentre la costante di tempo assume il valore massimo.

Volendone pertanto tenere conto, la costante di tempo di spazio 3 viene espressa in funzione della tangente dell'angolo β , il cui valore è legato allo scorrimento, nel modo seguente:

$$\tau'_{R3} = \frac{\tau_{R3}}{1 + 3 \cdot 0.95 \tan(\beta)} \quad (7.11)$$

dove il coefficiente della tangente di β è stato determinato sperimentalmente.

Considerando la relazione (7.11), l'equazione della stima della velocità meccanica vista nel Capitolo 5 viene quindi inserita all'interno del sistema di controllo come:

$$\omega_{m,stimata} = \frac{1}{3} \left[\omega_3 - \frac{\tan(\beta) [1 + 3 \cdot 0.95 \tan(\beta)]}{\tau_{R3}} \right] \quad (7.12)$$

Nelle prove effettuate mostrate in seguito, dove non indicato diversamente, la coppia resistente prodotta dalla macchina in corrente continua è nulla e si ha la presenza della sola coppia per attrito e ventilazione.

Magnetizzazione

In Figura 7.8 viene visualizzato il transitorio di magnetizzazione, effettuato a macchina ferma attivando il sistema di controllo.

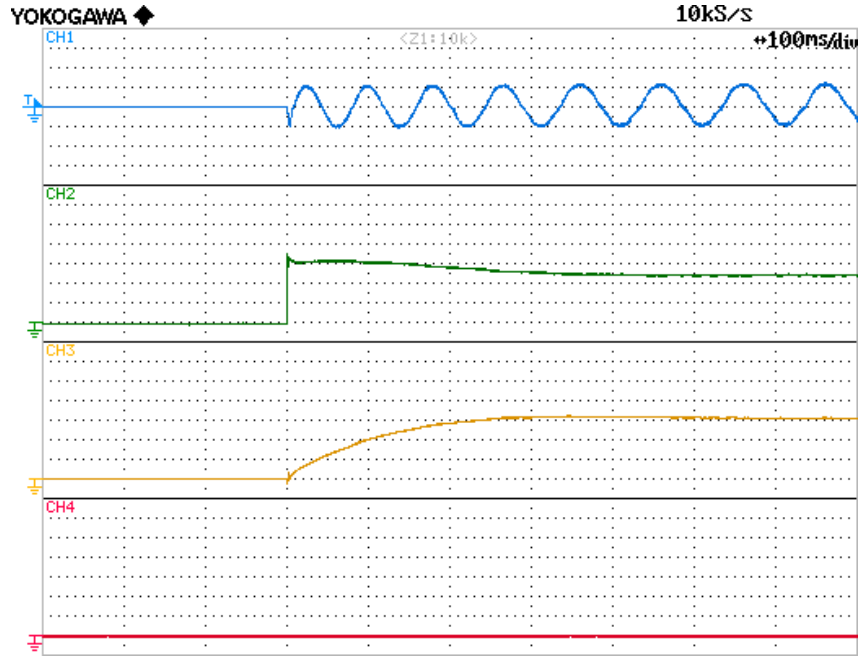


Figura 7.8: Transitorio di magnetizzazione a velocità nulla. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH3) ω_3 (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.8 si nota l'iniezione della corrente di spazio 3 che raggiunge la frequenza corrispondente alla pulsazione $\omega_{3,min}$, come mostrato anche dall'andamento della pulsazione ω_3 . Al raggiungimento di tale valore di soglia, l'uscita del regolatore corrispondente, $\tan(\beta)$, assume un valore costante.

Transitori di accelerazione e decelerazione

In Figura 7.9 viene visualizzato il comportamento del sistema durante il transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 400 *rpm*.

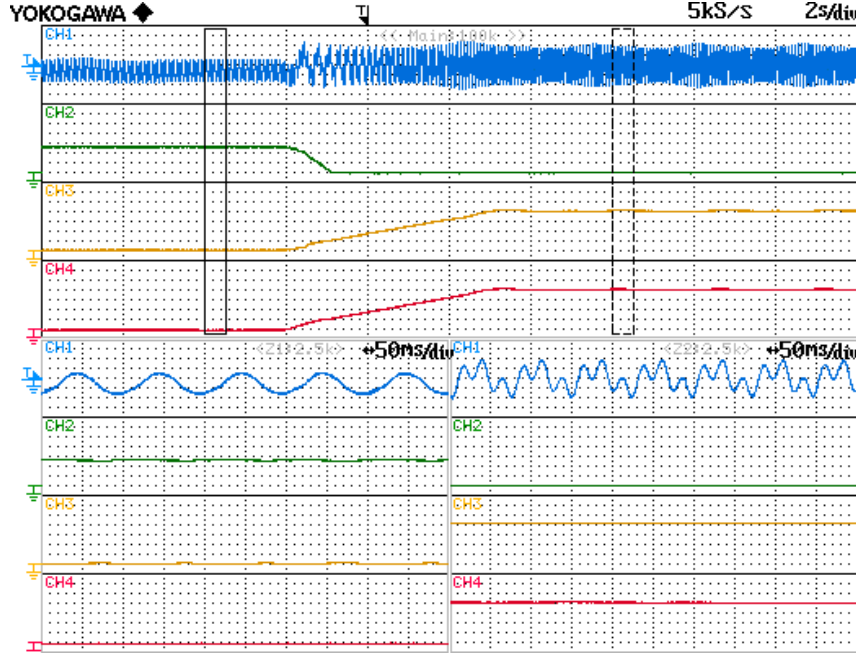


Figura 7.9: Transitorio di velocità da 0 a 400 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.9 si osserva la presenza di due armoniche differenti all'interno della corrente di fase, di cui una alla frequenza fondamentale e l'altra, una volta superata la velocità che rende ω_3 maggiore della soglia imposta, a tre volte la frequenza meccanica. Al di sotto di tale soglia, la seconda componente assume la frequenza minima imposta dal sistema di controllo.

All'inizio del transitorio la tangente dell'angolo β assume un valore costante. All'aumentare della velocità, il valore di ω_3 cresce fino al superamento della soglia $\omega_{3,min}$ comportando l'annullamento dell'uscita del regolatore, ovvero della tangente, portando alla sincronizzazione dell'armonica spaziale del terzo ordine col rotore della macchina [5].

In tale figura è inoltre possibile osservare l'effettiva corrispondenza tra la velocità stimata e quella misurata, utilizzata in queste prove solamente come confronto.

In Figura 7.10 viene visualizzato il transitorio di decelerazione, effettuato da 400 a 0 *rpm*.

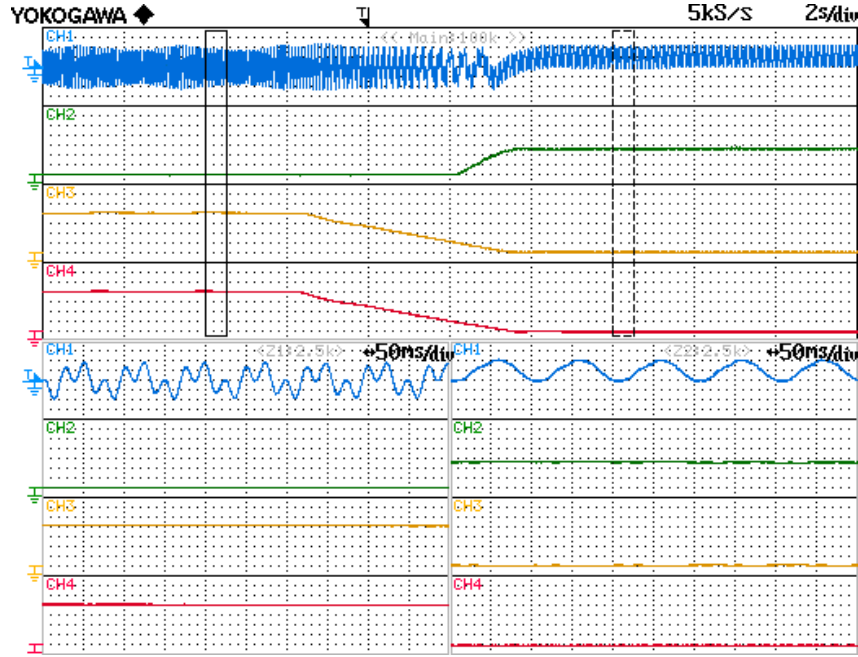


Figura 7.10: Transitorio di velocità da 400 a 0 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.10 si osserva il transitorio opposto a quello di Figura 7.9. Si nota quindi la nascita della tangente di β quando la velocità raggiunge un valore inferiore alla soglia imposta, comportando l'iniezione alla frequenza corrispondente a $\omega_{3,min}$ dell'armonica di corrente statorica relativa allo spazio 3.

Riferimenti di corrente statorica di spazio 3

In Figura 7.11 viene visualizzato l'andamento dei riferimenti di asse d e q della corrente statorica di spazio 3 durante il transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 400 *rpm*.

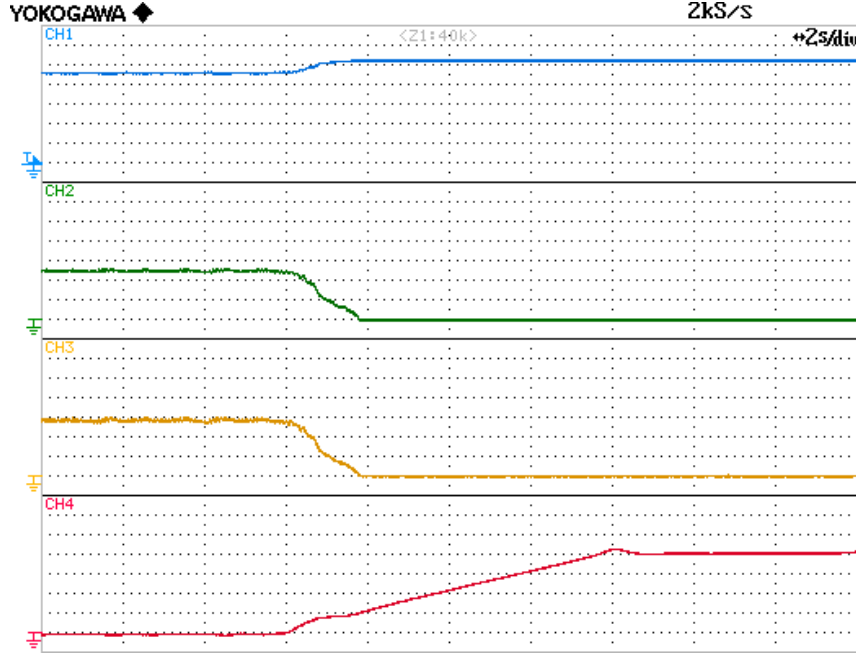


Figura 7.11: Andamento dei riferimenti di asse d e q della corrente statorica di spazio 3 durante il transitorio di velocità da 0 a 400 *rpm*. CH1) $i_{S3d,ref}$ (400 mA/div), CH2) $i_{S3q,ref}$ (400 mA/div), CH3) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

Nel transitorio mostrato in Figura 7.11 si nota che l'annullamento della tangente dell'angolo β , mostrata anche in precedenza in Figura 7.9, comporta l'azzeramento del riferimento di asse q e l'aumento del riferimento di asse d della corrente statorica di spazio 3. Tale comportamento è dovuto all'aver imposto un valore costante al modulo della corrente statorica di spazio 3, \bar{i}_{S3} .

In Figura 7.12 viene visualizzato l'andamento dei riferimenti di asse d e q della corrente statorica di spazio 3 durante il transitorio di decelerazione, effettuato da 400 a 0 *rpm*.



Figura 7.12: Andamento dei riferimenti di asse d e q della corrente statorica di spazio 3 durante il transitorio di velocità da 400 a 0 rpm . CH1) $i_{S3d,ref}$ (400 mA/div), CH2) $i_{S3q,ref}$ (400 mA/div), CH3) $\tan(\beta)$ (0.2 div $^{-1}$), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.12 si osserva il transitorio opposto a quello di Figura 7.11. Si nota quindi la nascita della tangente di β , accompagnata dalla crescita del riferimento di asse q e dalla riduzione del riferimento di asse d della corrente statorica di spazio 3, sempre dovuto all'aver imposto un valore costante al modulo di tale corrente.

Contributi della stima di velocità meccanica

In Figura 7.13 viene visualizzato l'andamento dei contributi che costituiscono la stima della velocità meccanica durante il transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 400 *rpm*, scrivendo la (7.12) nella seguente forma:

$$\omega_{m,stimata} = \frac{\omega_3}{3} + \Delta\omega \quad (7.13)$$

dove:

$$\Delta\omega = -\frac{1}{3} \frac{\tan(\beta) [1 + 3 \cdot 0.95 \tan(\beta)]}{\tau_{R3}} \quad (7.14)$$

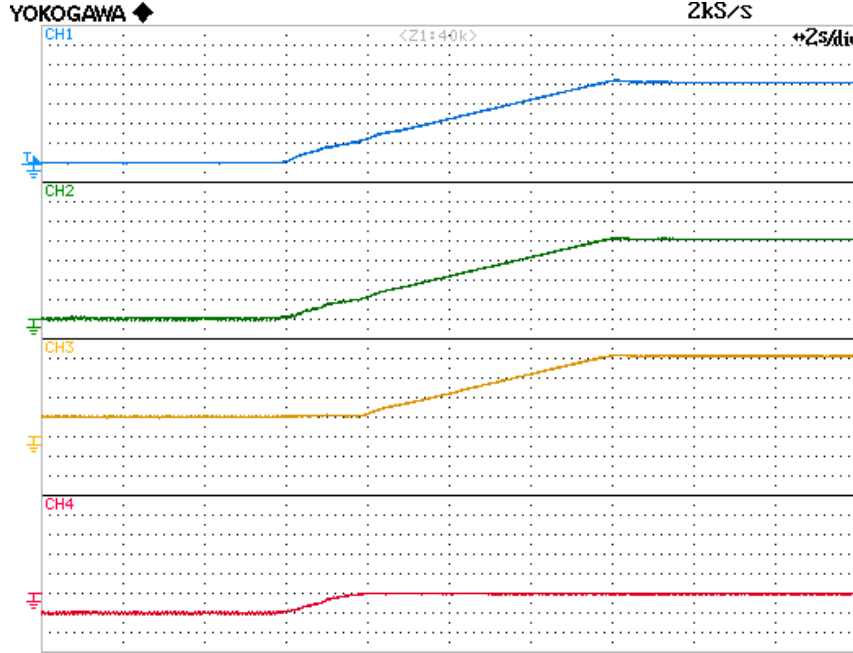


Figura 7.13: Andamento dei contributi costituenti la stima di velocità meccanica durante il transitorio di velocità da 0 a 400 *rpm*. CH1) n_m misurata (100 rpm/div), CH2) n_m stimata (100 rpm/div), CH3) $\omega_3/3$ (100 rpm/div), CH4) $\Delta\omega$ (100 rpm/div).

In Figura 7.13 si nota come la pulsazione ω_3 assuma un valore costante fino al superamento della soglia $\omega_{3,min}$ e quindi alla sincronizzazione con la velocità

meccanica. Prima di tale condizione, il contributo dipendente dalla tangente dell'angolo β assume valori negativi, per poi azzerarsi.

Variazione della costante di tempo rotorica di spazio 3

In Figura 7.14 viene visualizzato l'andamento della costante di tempo rotorica di spazio 3 e del modulo del flusso rotorico di spazio 3 nel sistema di riferimento statorico durante il transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 400 rpm.

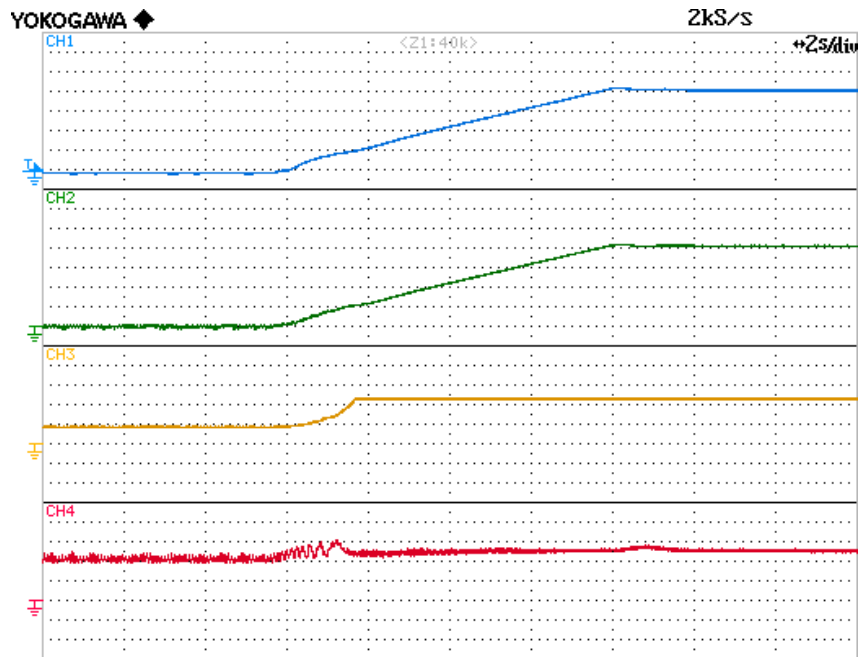


Figura 7.14: Andamento della costante di tempo rotorica di spazio 3 e del modulo del flusso rotorico di spazio 3 durante il transitorio di velocità da 0 a 400 rpm. CH1) n_m misurata (100 rpm/div), CH2) n_m stimata (100 rpm/div), CH3) τ'_{R3} (10 ms/div), CH4) $|\varphi_{R3}|$ con filtro passa basso avente frequenza di taglio 10 Hz (20 mWb/div).

Come descritto in precedenza, la costante di tempo rotorica di spazio 3 assume il valore minimo alle basse velocità, quando non si ha ancora la sincronizzazione del campo di spazio 3 con la rotazione del rotore, mentre assume il

valore massimo una volta superato il valore di soglia. Tale comportamento è osservabile in Figura 7.14.

In tale figura si nota inoltre il modulo del flusso rotorico di spazio 3, che assume giustamente un valore costante, affetto da qualche lieve oscillazione.

Compensazione dei tempi morti

In Figura 7.15 viene visualizzato l'effetto della compensazione dei tempi morti sul comportamento del sistema, alla velocità di 5 *rpm*, mentre in Figura 7.16 viene mostrato il comportamento del sistema, alla stessa velocità, in assenza della compensazione.

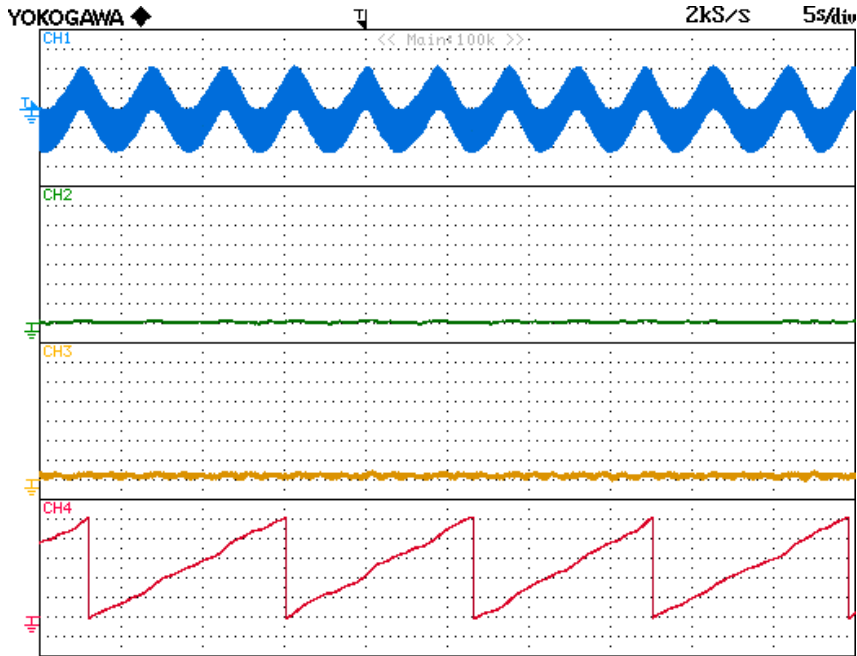


Figura 7.15: Comportamento del sistema con compensazione dei tempi morti alla velocità di 5 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) n_m stimata (100 rpm/div), CH3) τ_{R3} (10 ms/div), CH4) $|\varphi_{R3}|$ con filtro passa basso avente frequenza di taglio 10 *Hz* (20 mWb/div).

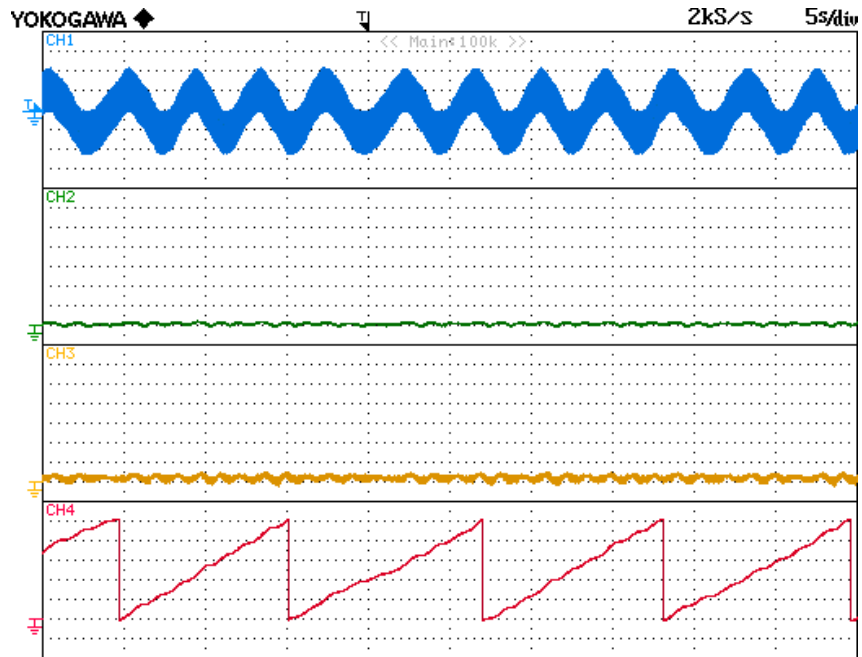


Figura 7.16: Comportamento del sistema in assenza della compensazione dei tempi morti alla velocità di 5 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) n_m misurata (50 rpm/div), CH3) n_m stimata (50 rpm/div), CH4) θ_m (0.4π rad/div).

Osservando Figura 7.15 e Figura 7.16, non si apprezza una differenza significativa.

Variazione della coppia resistente del carico

In Figura 7.17 viene visualizzato l'effetto della variazione della coppia resistente del carico da 10 a 1 Nm sul comportamento del sistema, alla velocità di 300 rpm .

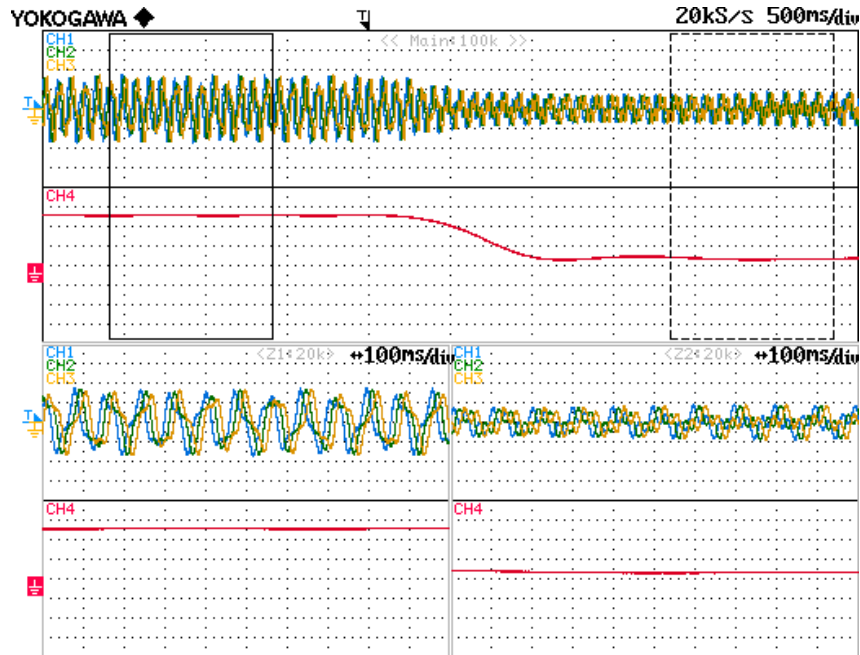


Figura 7.17: Effetto della variazione della coppia resistente del carico da 10 a 1 Nm , alla velocità di 300 rpm . CH1) Corrente di fase 1 (5 A/div), CH2) Corrente di fase 2 (5 A/div), CH3) Corrente di fase 3 (5 A/div), CH4) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (4 Nm/div).

In Figura 7.18 viene visualizzato l'effetto della variazione della coppia resistente del carico da 10 a 1 Nm sul comportamento del sistema, alla velocità di 100 rpm .

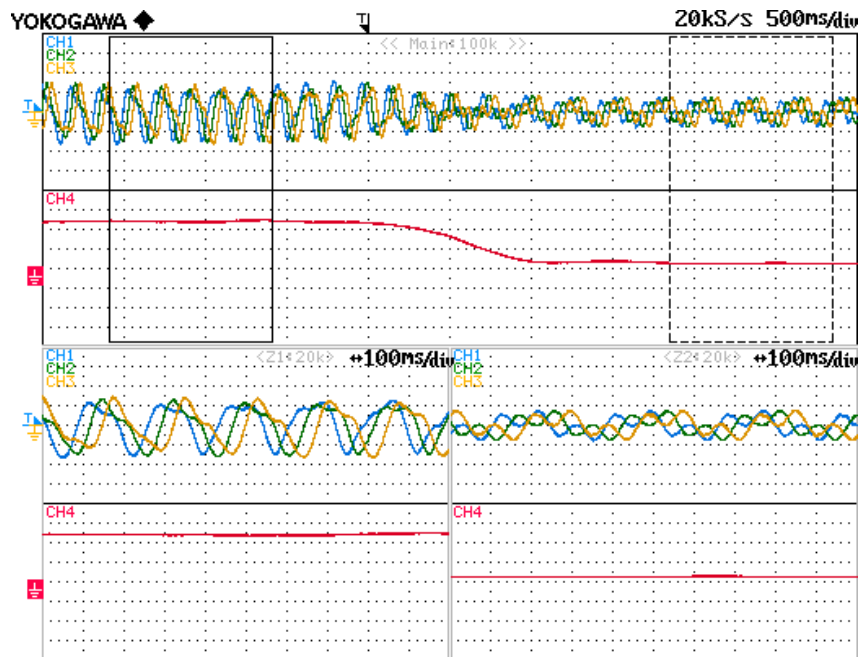


Figura 7.18: Effetto della variazione della coppia resistente del carico da 10 a 1 Nm , alla velocità di 100 rpm . CH1) Corrente di fase 1 (5 A/div), CH2) Corrente di fase 2 (5 A/div), CH3) Corrente di fase 3 (5 A/div), CH4) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (4 Nm /div).

In Figura 7.19 viene visualizzato l'effetto della variazione della coppia resistente del carico da 5 a 1 Nm sul comportamento del sistema, alla velocità di 50 rpm .

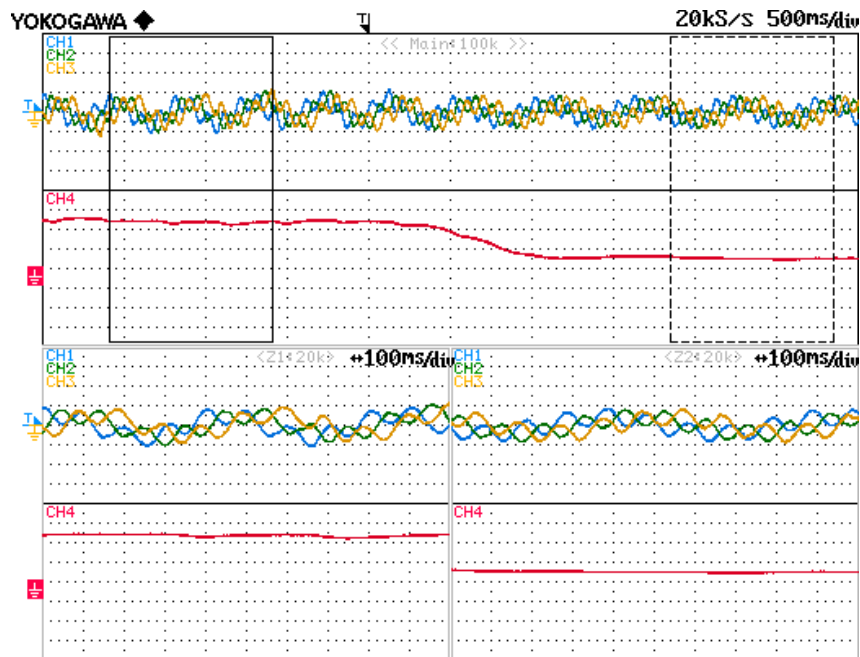


Figura 7.19: Effetto della variazione della coppia resistente del carico da 5 a 1 Nm, alla velocità di 50 rpm. CH1) Corrente di fase 1 (5 A/div), CH2) Corrente di fase 2 (5 A/div), CH3) Corrente di fase 3 (5 A/div), CH4) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (2 Nm/div).

Nelle Figure 7.17, 7.18 e 7.19 si osserva l'andamento della corrente in risposta alla variazione di coppia nelle tre velocità descritte. Dato che il controllo di velocità avviene solamente sullo spazio 1, un abbassamento della coppia resistente comporta la riduzione dell'ampiezza dell'armonica associata alla fondamentale delle correnti di fase, mentre la componente di corrente statorica corrispondente allo spazio 3 mantiene la frequenza costante, non verificandosi variazioni di velocità.

Coppia prodotta a rotore bloccato

Nelle Figure 7.20, 7.21 e 7.22 viene mostrato il comportamento del sistema durante la produzione di coppia, rispettivamente 10, 15 e 20 Nm , col rotore bloccato. Per effettuare tali prove è stata controllato direttamente il riferimento di asse q della corrente statorica di spazio 1, bypassando l'anello di controllo di velocità.

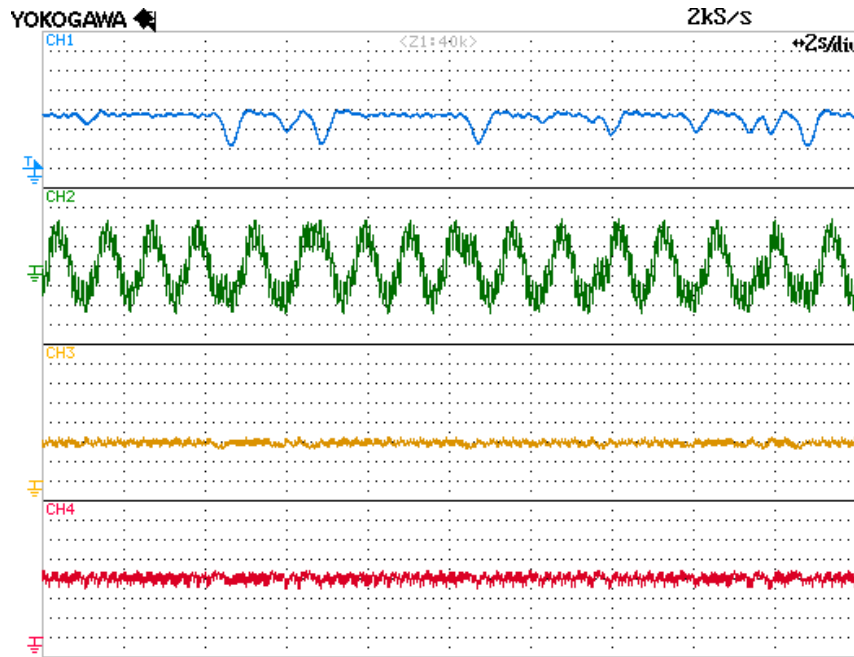


Figura 7.20: Comportamento del sistema durante la produzione di 10 Nm con rotore bloccato. CH1) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (2 Nm/div), CH2) Corrente di fase 1 (3 A/div), CH3) $\tan(\beta)$ (0.4 div⁻¹), CH4) ω_3 (100 rpm/div).

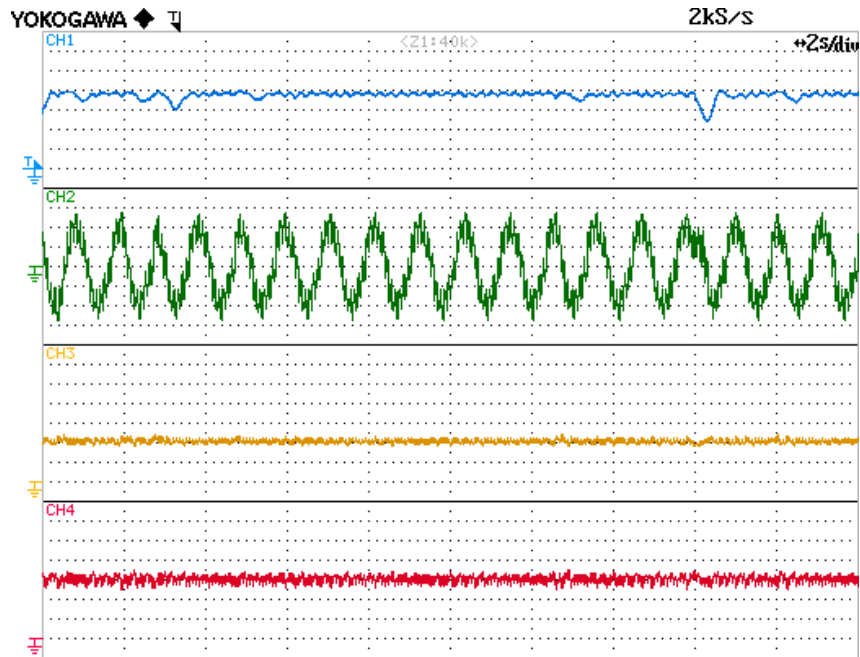


Figura 7.21: Comportamento del sistema durante la produzione di 15 Nm con rotore bloccato. CH1) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (2 Nm/div), CH2) Corrente di fase 1 (3 A/div), CH3) $\tan(\beta)$ (0.4 div^{-1}), CH4) ω_3 (100 rpm/div).

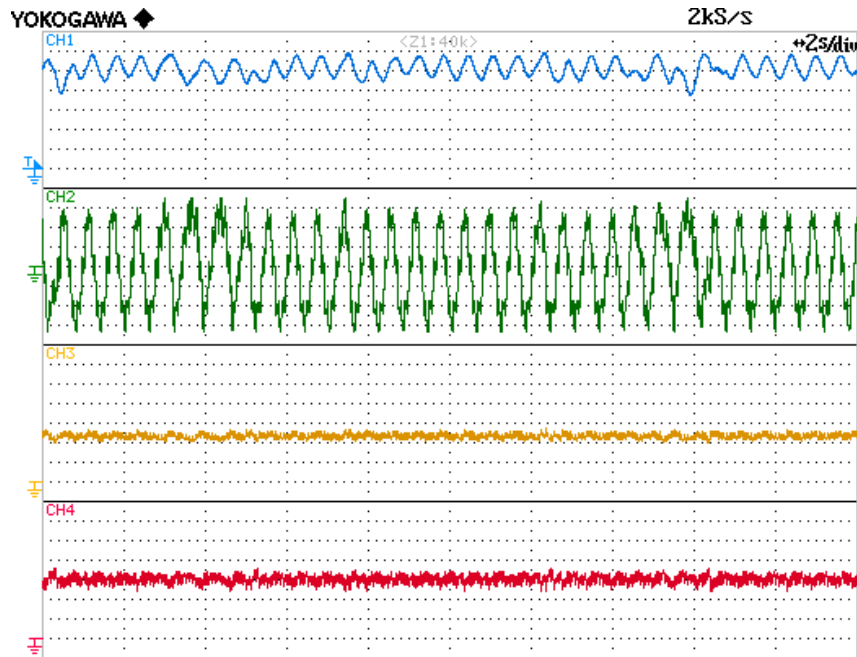


Figura 7.22: Comportamento del sistema durante la produzione di 20 Nm con rotore bloccato. CH1) Coppia rilevata dal torsionmetro con applicato filtro a media mobile su 1024 campioni (2 Nm/div), CH2) Corrente di fase 1 (3 A/div), CH3) $\tan(\beta)$ (0.4 div^{-1}), CH4) ω_3 (100 rpm/div).

Nelle Figure 7.20, 7.21 e 7.22, essendo il rotore bloccato, si osservano la tangente dell'angolo β e la pulsazione ω_3 mantenere un valore costante. La corrente mostrata in tali figure presenta una componente fondamentale, causata dalla coppia prodotta, con sovrapposta una terza armonica corrispondente al campo di spazio 3 prodotto per la stima della velocità.

Nelle figure appena mostrate si nota infine la presenza di variazioni di coppia. Il sistema di controllo non è quindi in grado di mantenere una coppia rigorosamente costante, permettendo di produrre soltanto mediamente il valore desiderato.

Transitori di velocità

In Figura 7.23 viene visualizzato il comportamento del sistema durante il doppio transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 200 *rpm* e da 200 a 400 *rpm*.

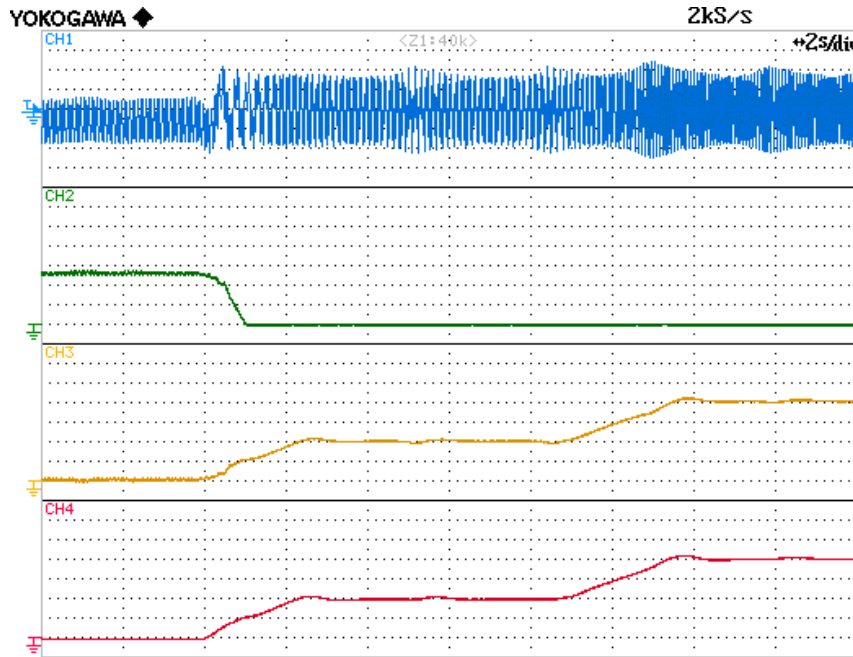


Figura 7.23: Doppio transitorio di velocità da 0 a 200 *rpm* e da 200 a 400 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div^{-1}), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

Trattandosi di una macchina asincrona, la corrente di fase mostrata in Figura 7.23 è visivamente affetta da un battimento, presente a velocità non nulla, causato dallo scorrimento presente tra la corrente di spazio 3, che ruota con frequenza tre volte quella corrispondente alla velocità meccanica, e la corrente di spazio 1, che per permettere la produzione di coppia elettromagnetica ruota con frequenza non sincrona con la velocità meccanica. Confrontando tale figura con le prossime si osserva infine che la frequenza di tali battimenti è funzione della velocità meccanica.

In Figura 7.24 viene visualizzato il comportamento del sistema durante il transitorio di decelerazione successivo alla Figura 7.23, effettuato da 400 a 0 *rpm*.

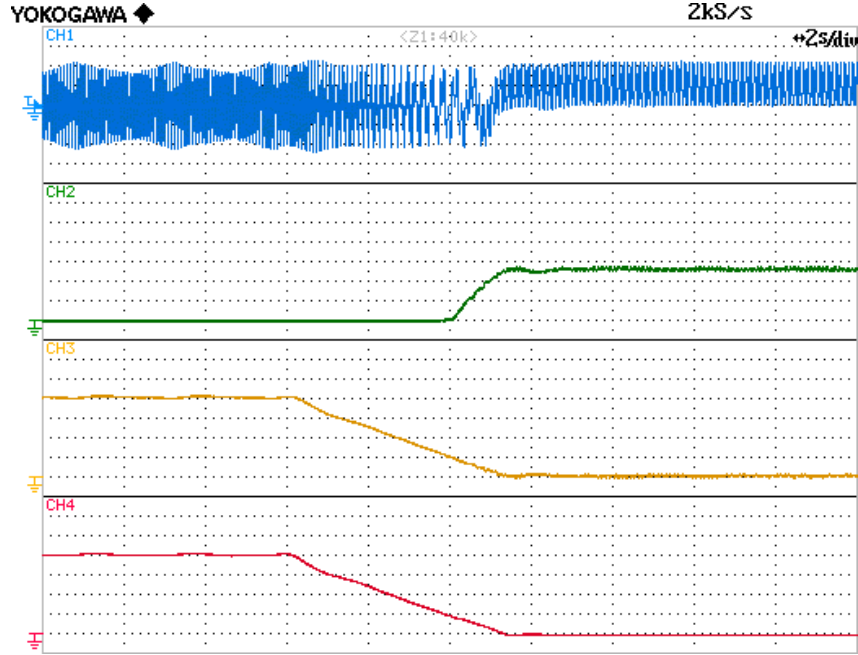


Figura 7.24: Transitorio di velocità da 400 a 0 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.25 viene visualizzato il comportamento del sistema durante il doppio transitorio di accelerazione, effettuato da 0 a 400 *rpm* e da 400 a 800 *rpm*.

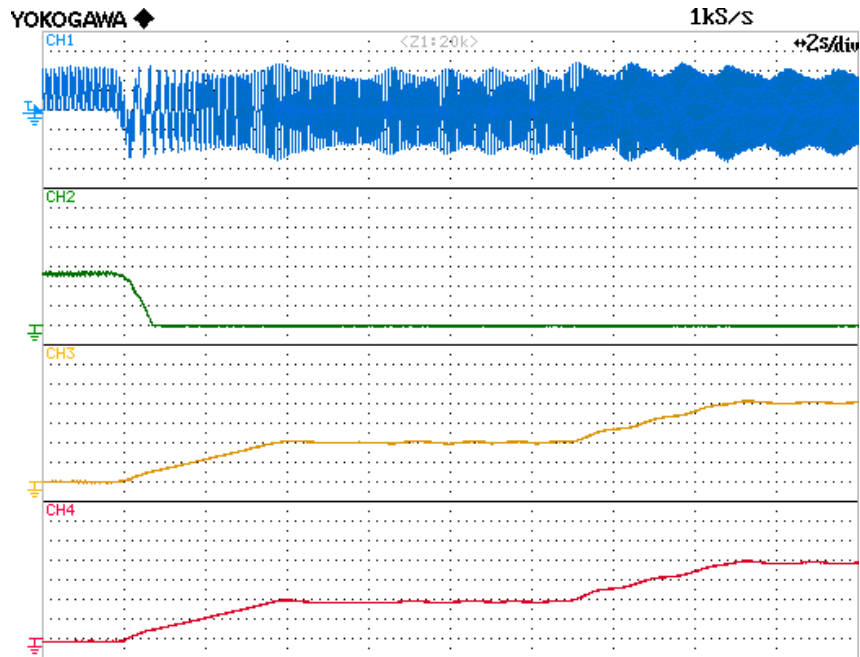


Figura 7.25: Doppio transitorio di velocità da 0 a 400 *rpm* e da 400 a 800 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div^{-1}), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

In Figura 7.26 viene visualizzato il comportamento del sistema durante il transitorio di decelerazione successivo alla Figura 7.25, effettuato da 800 a 0 *rpm*.

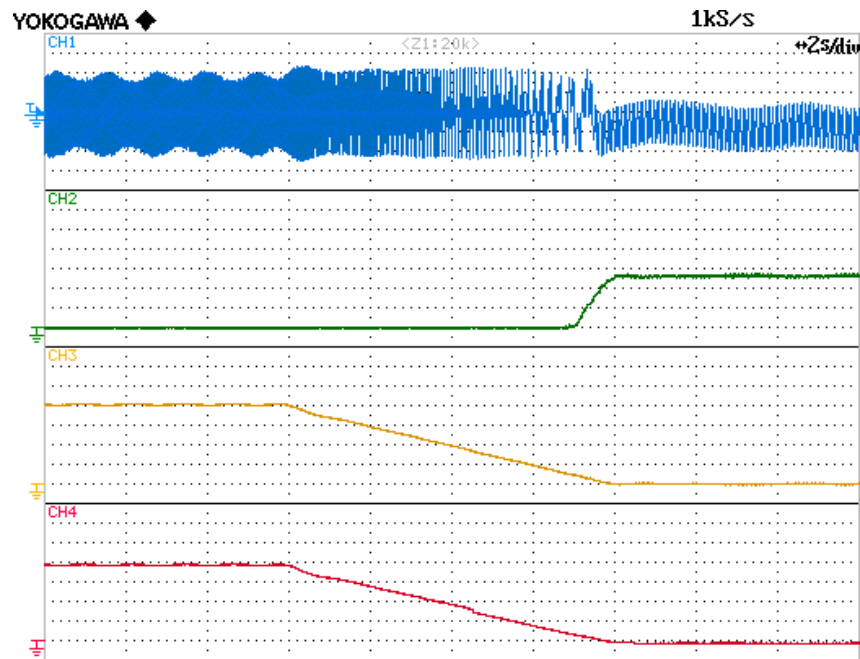


Figura 7.26: Transitorio di velocità da 800 a 0 *rpm*. CH1) Corrente di fase 1 (2 A/div), CH2) $\tan(\beta)$ (0.2 div⁻¹), CH3) n_m stimata (100 rpm/div), CH4) n_m misurata (100 rpm/div).

Nei casi rappresentati dalle Figure 7.23, 7.24, 7.25 e 7.26 si nota come il sistema sia correttamente in grado di soddisfare le richieste di velocità.

Capitolo 8

Conclusioni

In questo lavoro di tesi è stato affrontato il controllo sensorless di un motore asincrono a sette fasi, proponendone due differenti sistemi di controllo, simulati in ambiente Simulink ed implementati successivamente su DSP, di cui è stato analizzato il funzionamento nelle prove sperimentali descritte nel Capitolo 7.

Il sistema di controllo 2 ha permesso la chiusura dell'anello di velocità con la stima effettuata nello spazio 3, mostrando prestazioni dinamiche e a regime soddisfacenti, anche a bassa velocità.

Con tale sistema di controllo rimane il vincolo di non poter richiedere velocità negative poichè, in corrispondenza dell'inversione della rotazione del rotore, dovrebbe essere prevista una discontinuità non tollerabile nella pulsazione ω_3 , utilizzata per la stima della velocità meccanica. L'inversione del segno della pulsazione ω_3 è infatti necessaria poichè, altrimenti, lo spazio 3 di macchina agirebbe come un freno causando l'instabilità del sistema.

Una soluzione a tale impedimento, come inizialmente proposto nel sistema di controllo 1, è rappresentata dalla creazione di due componenti controrotanti di flusso rotorico di spazio 3. Per isolare tali componenti sono però necessari filtri altamente selettivi capaci di isolare la sola armonica desiderata, al momento non implementabili con la piattaforma hardware in uso.

Come dimostrato nel Capitolo 7, infatti, la realizzazione del sistema di controllo 1 non è andata a buon fine a causa della piattaforma di calcolo utilizzata che, essendo a virgola fissa, non permette di effettuare con sufficiente risoluzione i calcoli richiesti per l'implementazione dei filtri necessari al funzionamento del sistema.

Tale sistema di controllo, sebbene sia caratterizzato da intrinseca stabilità, è inoltre costituito da uno stimatore di flusso di spazio 3 a catena aperta per cui una qualunque non conoscenza o variazione dei parametri della macchina durante il funzionamento determina la convergenza dell'algoritmo ad una soluzione differente da quella attesa.

Al contrario, il secondo sistema di controllo non è intrinsecamente stabile, ma essendo costituito da uno stimatore di flusso di spazio 3 a catena chiusa, nel caso sia raggiunta la convergenza, tende ad avvicinarsi alla soluzione desiderata.

Capitolo 9

Ringraziamenti

Giunto al termine di questo importante percorso vorrei esprimere la mia gratitudine innanzitutto verso Angelo Tani, Luca Zarri e Michele Mengoni per la smisurata cortesia, disponibilità e pazienza che mi hanno rivolto in questi mesi di lavoro, creando un clima piacevole, stimolante e coinvolgente.

Ringrazio di cuore la mia famiglia, fonte di costante supporto, motivazione ed entusiasmo, grazie a cui ho potuto affrontare ogni ostacolo presente lungo il cammino. Grazie quindi ai miei genitori, Simone e Cristina, alla mia sorellina Anna, a Giulia, che mi accolto in casa come un figlio, a Maria Grazia e ai miei nonni, ai quali rivolgo un pensiero profondo.

Ringrazio Ilaria per avermi accompagnato in questi due anni di studio, incoraggiandomi in ogni mia scelta ed offrendomi sincero affetto e continuo ascolto.

Infine, ma non di minore importanza, grazie ai miei amici per aver arricchito di risate questo percorso.

Bibliografia

- [1] Angelo Tani, Corso di Conversione dell'Energia Elettrica M, 2016.
- [2] Angelo Tani, Corso di Modellistica dei Sistemi Elettromeccanici M, 2017.
- [3] Mattia Fantini, Tesi di laurea "Le macchine multifase nelle applicazioni sensorless: Indagine teorico-sperimentale di un azionamento basato su dsp per macchine asincrone eptafase", A.A. 2009/2010.
- [4] Domenico Casadei, Drazen Dujic, Emil Levi, Giovanni Serra, Angelo Tani, Luca Zarri, "General Modulation Strategy for Seven-Phase Inverters With Independent Control of Multiple Voltage Space Vectors", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 55, No. 5, Maggio 2008, pp.1921-1932.
- [5] Michele Mengoni, Luca Zarri, Angelo Tani, Gabriele Rizzoli, Giovanni Serra, Domenico Casadei, "Injection of Third-Order Spatial Field Harmonics for Sensorless Speed Estimation in Multiphase Induction Motor Drives", 2017 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED), Settembre 2017, pp.49-54.
- [6] Infineon technologies, datasheet, IGBT SKW30N60,
<http://www.datasheetcatalog.com/>
- [7] Texas Instruments, datasheet, "TMS320F2810, TMS320F2811, TMS320F2812, TMS320C2810, TMS320C2811, TMS320C2812 Digital Signal Processors",
<http://www.ti.com/lit/ds/sprs174t/sprs174t.pdf>
- [8] Texas Instruments, IQmath Library for C28x,
<https://www.ti.com/lit/sw/sprc990/sprc990.pdf>

- [9] lika Electronic, catalogo Encoder Incrementali serie C80,
http://www.likait/eng/prodotti.php?id_titolo=C80
- [10] LEM, datasheet, trasduttore di corrente HXS 50-NP,
www.lem.com/docs/products/hxs_50-np.pdf
- [11] LEM, datasheet, trasduttore di tensione LV 25-P,
www.lem.com/docs/products/lv_25-p.pdf
- [12] KISTLER, torsionmetro e strumento digitale di lettura,
<https://www.kistler.com/>